Oppgavesett uke 4

"Test deg selv"-oppgaver

Disse oppgavene er fine å gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen. Om du har spørsmål til disse oppgavene, ta dem gjerne opp på snublegruppa.

Tor Ole Odden har også laget programmeringsoppgaver ved hjelp av nettsiden Trinket.io, se "Uke 4: Sirkelbevegelse og Numerisk Løsning av Diff-Likninger". Disse anbefaler vi at dere jobber med hjemme før gruppetimen.

TDS 4.1 Noen differensiallikninger

Finn løsningen til de følgende differensiallikningene. *Hint: Husk logaritmereglene.*

a) $\frac{dy}{dx} = 3xy$ som tilfredsstiller initialbetingelsen $y(0) = 4$.

b) $\frac{dy}{dx} + y = 2$ med initialbetingelsen $y(0) = 8$.

c) $\frac{dy}{dx}x = y^2$ med initialbetingelsen $y(2) = 6$.

d) $x\frac{dy}{dx} + 2x^2y = 5xy$ med initialbetingelsen $y(3) = 3$.

TDS 4.2 Tog i en sving

Et tog kjører med konstant fart på 200 km/t gjennom en 90°-sving som er del av en sirkel med radius R.

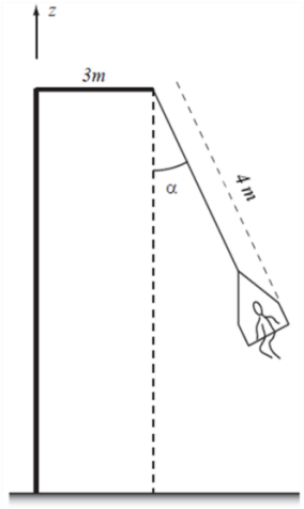
a) Finn et uttrykk for akselerasjonen til toget.

b) Hvor stor må R minst være slik at akselerasjonen er mindre enn 0.10 g, hvor g = 9.8 m/s^2?

c) Hvor lang tid bruker toget for å kjøre gjennom svingen?

TDS 4.3 Karusell

Du sitter på en karusell og beveger deg i en horisontal sirkel. Setet ditt henger i et 4.0 m lang kjede som er festet på en 3.0 m lang horisontal stang, som vist i figuren. Massen til kjedet er neglisjerbar i forhold til din masse. Mens karusellen roterer med konstant vinkelfart er vinkelen mellom kjedet og vertikalen 30°. Hva er vinkelfarten?



Fasit til "Test deg selv"-oppgaver

TDS 4.1

a) $y(x) = 4e^{\frac{3}{2}x^2}$

b) $y(x) = 2 + 6e^{-x}$

TDS 4.2

a) $a_N = \frac{v^2}{R}$.

b) $R \geq 3.2$ km.

c) $\Delta t = 89$ s.

TDS 4.3

$\omega = 1.1$ rad/s.

Øvingsoppgaver

Disse oppgavene kommer vi til å jobbe med i øvingstimene. Det er nok ofte mer å gjøre enn du rekker i timen, så det kan være lurt å forberede seg ved å se på dem på forhånd, slik at du kan spørre om det som du ikke får til.

G 4.1 På ekvator

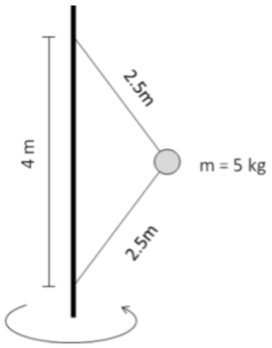
Jordens radius er R = 6378 km. Du står på ekvator.

a) Hva er farten din gjennom verdensrommet på grunn av jordens rotasjon om sin egen akse?

b) Hvor stor er din akselerasjon på grunn av denne rotasjonen? Hvor stor er din akselerasjon i forhold til tyngdeakselerasjonen g?

G 4.2 Kule i snorer

En masse $m = 5$kg er festet til en stav med to snorer som vist i figuren.



Når systemet roterer med vinkelhastighet ω så er snordraget i den øvre snoren $F_1 = 100$N.

a) Hva er snordraget F_2 i den nedre snoren?

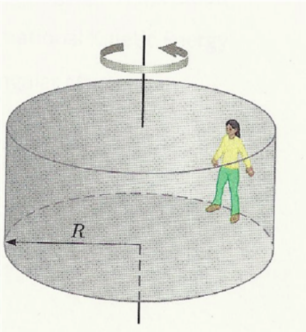
b) Finn perioden T til rotasjonsbevegelsen.

c) Finn vinkelhastigheten ω i det tilfellet hvor snordraget i den nedre snoren er F_2=0.

d) Hva skjer når vinkelhastigheten er lavere enn i oppgave c?

G 4.3 I en roterende sylinder

Du står med ryggen mot den indre veggen av en vertikal sylinder med radius $R = 3.0$ m. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom deg og veggen er $\mu_s = 0.20$. Sylinderen begynner å rotere og gulvet faller bort.



a) Tegn et frilegemediagram av kreftene som virker på deg etter at gulvet er tatt bort.

b) Hvilken vinkelfart ω må sylinderen ha slik at du ikke faller ned?

G 4.4

Ustabile atomkjerner henfaller for å oppnå en stabil tilstand (radioaktivitet). Dette kan foregå ved at den radioaktive atomkjernen endrer antallet nøytroner eller protoner ved såkalt alfa- eller betahenfall.

Noe alle disse henfallstypene har til felles er at hyppigheten de skjer med kan beskrives med differensiallikningen:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N, \tag{1}$$

hvor N er antall radioaktive atomkjerner og λ er henfallskonstanten.

a) Skriv om likning (1) til en separabel differensiallikning.

b) Løs differensiallikningen og vis at den er på formen

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

når $N(0) = N_0$.

c) Tolk likningen. Hva skjer med det radioaktive materialet når tiden går mot uendelig? Hvilken betydning har det om λ er stor eller liten? Kan λ ha negativ verdi?

Fasit til gruppeoppgaver

G 4.1

a) 463.8 m/s.

b) $0.034\ \text{m/s}^2 = g/291$.

G 4.2

a) 38.7 N.

b) 1.89 s.

c) 2.21rad/s.

G 4.3

b) $\omega \geq 4.0\ \text{s}^{-1}$.

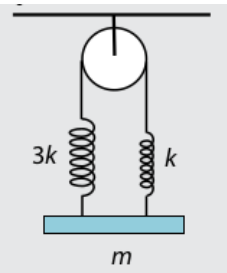
G 4.4

a) $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$.

Ukas utfordring

Denne oppgava krever mer enn vanlig kompliserte resonnement eller utregninger. Det er en utfordring for studenter som føler at de mestrer stoffet og trenger noe ekstra å jobbe med.

G 4.5 Svingende planke



En planke med massen m henger horisontalt i to vertikale fjærer med fjærkonstanter k og $3k$. Fjærene er forbundet med ei snor som glir over ei friksjonsfri masseløs trinse. Hvis vi trekker planken ned og slipper den, svinger den opp og ned, men holder seg til en hver tid horisontal. Hva er perioden til svingningene? Vi oppgir at svingetida til et lodd med massen m som henger i en fjær med fjærkonstanten k er $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.