Oppgavesett uke 9

"Test deg selv"-oppgaver

Disse oppgavene er fine å gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen. Om du har spørsmål til disse oppgavene, ta dem gjerne opp på ekstrahjelpgruppa.

TDS 9.1 Spille baseball

En baseball har masse $m = 0.145$ kg. Ballen kastes med $v_0 = 45$ m/s i horisontal retning, og etter slaget beveger ballen seg med $v_1 = 55$ m/s i motsatt retning.

a) Hvor stor er impulsen fra balltreet?

Løsning: $J = \Delta p = m(v_1 - v_0) = 14.5$ kgm/s.

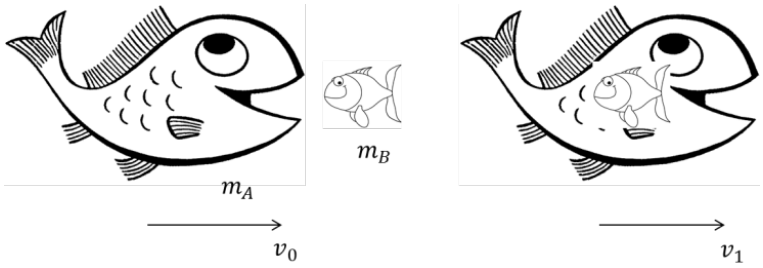
b) Hvis ballen forblir i kontakt med balltreet i $\Delta t = 2.0$ ms, hvor stor er den gjennomsnittlige kraften F_{av} fra balltreet på ballen?

Løsning:

$$F_{av} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{14.5 \text{ kgm/s}}{2.0 \text{ ms}} = 7250 \text{ N} \approx 7.3 \text{ kN}.$$

TDS 9.2 To fisker

En fisk på 20 kg svømmer i havet med $v = 1.0$ m/s og spiser opp en mindre fisk på 5.0 kg som står helt stille. Du trenger ikke ta hensyn til motstandskraften ("drag force") i vannet.



a) Med hvilken hastighet svømmer den store fisken videre etter den har spist den mindre?

Løsning: Spisingen kan anses som en fullstendig uelastisk kollisjon hvor bevegelsesmengde er bevart:

$$m_A v_0 = (m_A + m_B) v_1$$
$$v_1 = \frac{m_a v_0}{m_A + m_B} = 0.80\text{m/s}.$$

b) Hvor mye mekanisk energi ble tapt under middagen?

Løsning:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_A v_0^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B) v_1^2 = 2.0 \text{ J}.$$

TDS 9.3 En rakett

En rakett brenner 0.100 kg drivstoff per sekund. Eksosen drives ut som en gass med 1500 m/s.

a) Hvor stor er framdriftskraften F til raketten?

Løsning: Fra rakettligningen får vi:

$$F = -v_{ex}\frac{dm}{dt} = -1500 \text{ m/s}\frac{-0.100 \text{ kg}}{1 \text{ s}} = 150 \text{ N}.$$

b) Er det mulig å bruke raketten i verdensrommet hvor det er ingen atmosfære?

Løsning: Eksosen drives ut med en viss bevegelsesmengde. Raketten får tilsvarende bevegelsesmengde som framdrift. Dette fungerer også helt fint i verdensrommet.

Fasit til "Test deg selv"-oppgaver

TDS 9.1

a) $J = 14.5$ kgm/s.

b) $F_{av} = 7.3$ kN.

TDS 9.2

a) $v_1 = 0.80$ m/s.

b) $\Delta E = 2.0$ J.

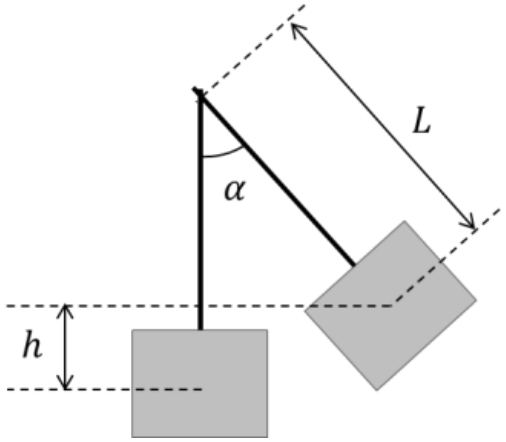
TDS 9.3

a) $F = 150$ N.

Gruppeoppgaver

G 9.1 En kule og en trekubbe

En trekubbe på 5.0 kg henger i en 1.00 m lang snor som har neglisjerbar masse. Du skyter en pistolkule med masse $m = 10.0$ g horisontalt inn i kubben med hastighet $v = 400$ m/s. Kulen setter seg fast inne i trekubben i kollisjonen, og trekubben svinger opp. Vi ser bort fra luftmotstand.



a) Hvor mye kinetisk energi K har kulen før kollisjonen?

Løsning: Kulens masse er m og den kinetiske energien er

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = 800 \text{ J}.$$

b) Hvor mye kinetisk energi K_1 har trekubben og kulen etter kollisjonen?

Løsning: Kollisjonen er fullstendig uelastisk, så vi kan ikke bruke bevaring av mekanisk energi. Siden det er ingen ytre krefter i horisontal retning er bevegelsesmengde under kollisjonen bevart, $mv = (m+M)V$, hvor M er massen til trekubben, og V er den felles hastigheten til trekubben og kulen etter kollisjonen. Vi finner farta

$$V = \frac{m}{M+m}v = 0.80 \text{ m/s}.$$

og den kinetiske energien

$$K_1 = \frac{1}{2}(m+M)V^2 = 1.60 \text{ J}.$$

c) Til hvilken vinkel α svinger trekubben med kulen inni opp?

Løsning: Etter kollisjonen svinger trekubben opp. Hvis vi ser bort fra luftmotstand er mekanisk energi bevart *etter kollisjonen* siden gravitasjon er en konservativ kraft, og snordraget står vinkelrett på bevegelsesretningen og gjør ikke noe arbeid. Bevaring av mekanisk energi gir $K_1 = (m+M)gh$, og dermed er høyden

$$h = \frac{K_1}{(m+M)g} = \frac{V^2}{2g} = 0.033\text{m}.$$

Vi har at $h = L(1-\cos\alpha)$ slik at vinkelen blir

$$\alpha = \arccos(1-h/L)) = 15^\circ.$$

G 9.2 En romrakett

Du er ansvarlig for å fylle drivstoff på en rakett som er dokket ved en romstasjon i verdensrommet. For at mannskapet kan komme hjem til jorden må raketten akselerere opp til en hastighet på 6000 m/s før drivstoffet er tomt. Eksos drives ut med en relativ hastighet på 2000 m/s, og romfartøyet veier 100 t uten drivstoff. Du skal etterpå beregne hvor mye drivstoff du må fylle for at raketten kommer hjem til jorden.

a) I denne gruppeoppgaven trenger du å bruke rakettligningen:

$$\vec{F}_{ext} + \vec{v}_{rel}\frac{dm}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Forklar den fysiske betydningen av ligningen med egne ord. Hvorfor må du bruke integralregning for å løse oppgaven?

Løsning: Fordi massen til raketten endrer seg over tid.

b) Hvor mye drivstoff må du fylle for at det går bra?

Løsning: Dypt i verdensrommet virker ingen ytre krefter. Hastigheten til raketten og eksosen er i motsatt retning

$$-v_{rel}\frac{dm}{dt} = m\frac{dv}{dt}.$$

Det gir

$$\int_{t_0}^{t_1}\frac{dv}{dt}dt = -v_{rel}\int_{t_0}^{t_1}\frac{1}{m}\frac{dm}{dt}dt = -v_{rel}\int_{m_0}^{m_1}\frac{dm}{m} = -v_{rel}\ln\frac{m_1}{m_0}.$$

Dermed er

$$v(t_1) - v(t_0) = -v_{rel} \ln \frac{m_1}{m_0}.$$

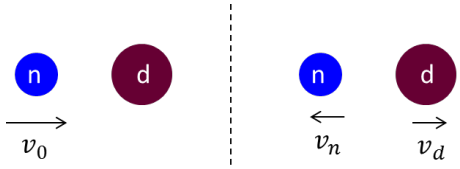
Hvis vi setter inn $v(t_0) = 0$, $v(t_1) = 6000$ m/s, $v_{rel} = 2000$ m/s, $m_1 = 100$ t får vi

$$m_0 = m_1 e^{\frac{v_1}{v_{rel}}} = 2009 \text{ tonn}.$$

Totalvekten i begynnelsen må være 2009 tonn; du må altså fylle 1909 tonn drivstoff.

G 9.3 Nøytroner som kolliderer med deuteroner

I tungtvannsmodererte kjernereaktorer kolliderer nøytroner med masse m_n med deuteroner med masse m_d. I en slik reaktor kolliderer et nøytron med hastighet v_0 elastisk med et deuteron som er i ro. Kollisjonen er kortvarig og ytre krefter som gravitasjon er neglisjerbare i forhold til de indre kreftene mellom nøytronet og deuteronet.



a) Hva er hastigheten v_n til nøytronet, uttrykt som en brøkdel av den opprinnelige hastigheten, etter kollisjonen?

Løsning: Siden kollisjonen er kortvarig og ytre krefter som gravitasjon er neglisjerbare i forhold til de indre kreftene mellom nøytronet og deuteronet, er bevegelsesmengden under kollisjonen bevart, $m_n v_0 = m_n v_n + m_d v_d$, som gir at

$$v_d = \frac{m_n}{m_d}(v_0 - v_n). \tag{1}$$

Kollisjonen er elastisk og vi bruker bevaring av energi

$$\frac{1}{2}m_n v_0^2 = \frac{1}{2}m_n v_n^2 + \frac{1}{2}m_d v_d^2$$

eller

$$v_d^2 = \frac{m_n}{m_d}(v_0^2 - v_n^2) = \frac{m_n}{m_d}(v_0 - v_n)(v_0 + v_n). \tag{2}$$

Hvis vi deler (2) på (1) får vi

$$v_d = v_0 + v_n$$

som vi kan sette inn i (1) og få

$$v_0 + v_n = \frac{m_n}{m_d}(v_0 - v_n).$$

Vi løser for

$$v_n = -\frac{m_d - m_n}{m_d + m_n} v_0.$$

b) Hvor mye kinetisk energi E_n, uttrykt som en brøkdel av den opprinnelige kinetiske energien E_0, har nøytronet igjen etter kollisjonen?

Løsning:

$$E_n = \frac{1}{2}m_n v_n^2 = \left(\frac{m_d - m_n}{m_d + m_n}\right)^2 E_0.$$

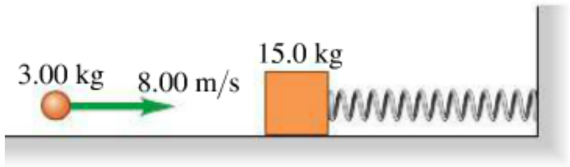
c) Hvor mye kinetisk energi, uttrykt som en brøkdel av den opprinnelige kinetiske energien, har nøytronet igjen etter fem slike kollisjoner? Her kan du bruke at $m_d \approx 2$ u og $m_n \approx 1$ u, hvor 1 u er atommasse-enheten definert som 1/12 av massen til et karbonatom.

Løsning: I hver kollisjon minker energien med en faktor $\left(\frac{m_d - m_n}{m_d + m_n}\right)^2 \approx \frac{1}{9}$. Etter 5 kollisjoner er

$$E_n \approx \left(\frac{1}{9}\right)^5 = \frac{E_0}{59049}.$$

G 9.4 En ball og en kloss med fjær

En kloss med masse $m_K = 15.0$ kg ligger i ro på et friksjonsfritt bord, og er festet til en masseløs fjær med fjærkonstant $k = 500$ N/m. En ball med masse $m_B = 3.00$ kg beveger seg horisontalt med hastighet $v_B = +8.00$ m/s og kolliderer så med klossen. Etter kollisjonen beveger ballen seg med en hastighet $v'_B = -2.00$ m/s. Vi ser bort fra luftmotstand. Hvor mye komprimeres fjæren etter kollisjonen?



Løsning: Det virker ingen horisontale ytre krefter under kollisjonen, og bevegelsesmengden i horisontal retning er derfor bevart:

$$m_B v_B = m_B v'_B + m_K v'_K$$

$$v'_K = \frac{m_B v_B - m_B v'_B}{m_K} = \frac{3.00\text{ kg} \cdot 10.0\text{ m/s}}{15.0\text{ kg}} = 2.00\text{ m/s}.$$

Etter kollisjonen beveger altså klossen seg med hastighet 2.00 m/s og komprimerer fjæren. Fjærkraften er konservativ og vi kan bruke bevaring av mekanisk energi for å finne hvor mye fjæren komprimeres (ved maks kompresjon er klossens hastighet null):

$$\frac{1}{2}m_K(v'_K)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m_K}{k}}v'_K = 0.346 \text{ m}.$$

Fasit til gruppeoppgaver

G 9.1

a) $K = 800$ J.

b) $K_1 = 1.60$ J.

c) $\alpha = 15°$.

G 9.2

b) 1909 tonn.

G 9.3

a) $v_n = -\frac{m_d - m_n}{m_d + m_n} v_0$.

b) $E_n = \left(\frac{m_d - m_n}{m_d + m_n}\right)^2 E_0$.

c) $E_n \approx \frac{E_0}{59049}$.

G 9.4

$\Delta x = 0.346$ m.