Oppgavesett uke 13

"Test deg selv"-oppgaver

Disse oppgavene er fine å gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen. Om du har spørsmål til disse oppgavene, ta dem gjerne opp på ekstrahjelpgruppa.

TDS 13.1 Et romskip i farta

Et romskip flyr forbi Jorden med hastighet $u = 0.900c$. En signallampe på Jordens overflate gir et signal som varer 2.50 ms.

a) Hvem måler egentiden mellom de to hendelsene: 1) signalet starter, og 2) signalet slutter? Er det en observatør på Jorden eller en observatør i romskipet?

Løsning: En observatør på Jorden observerer hendelsene "signal på" og "signal av" i ro på samme sted. Derfor måler observatøren på Jorden egentiden.

b) Hvor lenge varer signalet for en observatør på romskipet?

Løsning: Vi beregner tidsdilatasjonen:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 5.74 \text{ ms}.$$

TDS 13.2 Romskip sett fra Fysikkbygningen

Du står på taket av Fysikkbygningen og observerer et romskip gjennom en stjernekikkert. Kapteinen på romskipet slår på et lys inne i romskipet. Etter kapteinens klokke, så slår han av lyset igjen etter 10 s, mens du måler at lyset er på i 20 s.

a) Hvem måler egentiden, du eller kapteinen i romskipet? Begrunn!

Løsning: Kapteinen måler egentid siden de to hendelsene "lys på" og "lys av" skjer på samme sted i system romskip.

b) Hvor raskt beveger romskipet seg i forhold til deg?

Løsning: Du måler tidsintervallet:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Vi løser for relativhastigheten u:

$$u = c\sqrt{1-\left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t}\right)^2} = 0.87c.$$

TDS 13.3 Apollo 10

Den høyeste farten som mennesker har oppnådd var under Apollo 10-ferden til Månen, da Thomas Stafford, John Young og Gene Cernan kjørte i 11.08 km/s. Fra Jorden måler vi at (den gjennomsnittlige) avstanden til Månen er $3.844 \cdot 10^6$ km. Vi antar at Apollo-astronautene kjørte med konstant fart på 11.08 km/s til Månen, og at Jorden og Månen er i ro relativt til hverandre. Lysets fart i vakuum er 299792 km/s.

a) Hvem måler egenlengde for avstanden mellom Jorden og Månen, en observatør på Jorden eller astronautene?

Løsning: En observatør på Jorden er i ro i forhold til både Jorden og Månen (med antagelsen at Månen ikke beveger seg i forhold til Jorden), og måler derfor egenlengden.

b) Finn Lorentz-faktoren γ til Apollo 10-romskipet. (Husk å ta med nok desimaler!)

Løsning:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = 1.000000000683.$$

c) Hvor stor er forskjellen Δl som astronautene måler for avstanden til Månen?

Løsning: Astronautene måler en strekning som er kortere, $l = l_0/\gamma$. Forskjellen mellom egenlengden og lengden som astronautene måler er

$$\Delta l = l_0 - l = l_0\left(1-\frac{1}{\gamma}\right) = 2.63 \text{ m}.$$

Fasit til "Test deg selv"-oppgaver

TDS 13.1

b) 5.74 ms.

TDS 13.2

b) $u = 0.87c$.

TDS 13.3

b) $\gamma = 1.000000000683$.

c) $\Delta l = 2.63$ m.

Gruppeoppgaver

G 13.1 En flyplass

En observatør på jorden måler at landingsbanen på en flyplass er 4.0 km lang. Et romskip flyr forbi langs landingsbanen med hastighet $1.8{\cdot}10^8$ m/s. Lysets hastighet er $3.0{\cdot}10^8$ m/s.

a) Hvilken lengde måler piloten i romskipet?

Løsning: Observatøren på jorden er i ro i forhold til landingsbanen og måler derfor egenlengden. Piloten beveger seg med relativhastighet $u = 0.60c$ og måler en lengde som er kortere

$$l = l_0\sqrt{1-u^2/c^2} = 3.2 \text{ km}.$$

b) Observatøren på jorden starter klokken når romskipet er over den ene enden og stopper klokken når romskipet er over den andre enden av landingsbanen. Hva måler han?

Løsning: Fra hans perspektiv beveger romskipet seg med hastighet u langs banen med lengde l_0. Han måler $t_o = l_0/u = 2.2 \cdot 10^{-5}$ s $= 22$ μs.

c) Piloten måler også tiden det tar fra den ene til den andre enden av banen. Hva måler hun?

Løsning: Fra hennes perspektiv beveger landingsbanen med lengde $l = 3200$ m seg med hastighet u. Hun måler $t_p = l/u = 1.8 \cdot 10^{-5}$ s $= 18$ μs. Hun måler egentid mellom de to hendelser "romskip er over startpunktet" og "romskip er over endepunktet av landingsbanen". Observatøren på jorden beveger seg relativt til hennes system og måler et tidsintervall som er lengre.

G 13.2 Relativhastighet

To referansesystemer S og S' er orientert slik at tilsvarende akser (x,y,z) og (x',y',z') peker i samme retning. System S' beveger seg med hastighet u i forhold til system S langs x-aksen. Lorentz-transformasjonen fra system S til system S' kan da skrives som

$$x' = \gamma(x-ut), \qquad t' = \gamma(t-\frac{u}{c^2}x).$$

En observatør i system S måler en konstant hastighet til en partikkel i x-retning og finner $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. En observatør som befinner seg i system S måler hastigheten $v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$. Vis at sammenhengen mellom v' og v er

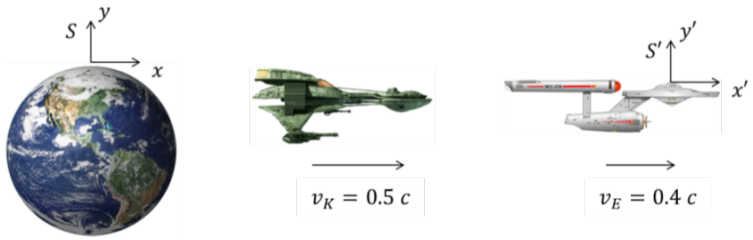
$$v' = \frac{v-u}{1-\frac{u}{c^2}v}.$$

Løsning:

$$v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\gamma(\Delta x - u\Delta t)}{\gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - u}{1 - \frac{u}{c^2}\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{v-u}{1-\frac{u}{c^2}v}.$$

G 13.3 Enterprise

Romskipet Enterprise er forfulgt av et fiendtlig Klingon Bird-of-Prey romskip. En observatør på jorden (i system S) måler at hastigheten til Enterprise er $v_E = 0.400c$ i retning bort fra jorden og hastigheten til Klingon-skipet er $v_K = 0.500c$ i samme retning. Hva er hastigheten v'_K til Klingon-skipet som kaptein Kirk måler fra Enterprise (i system S')?

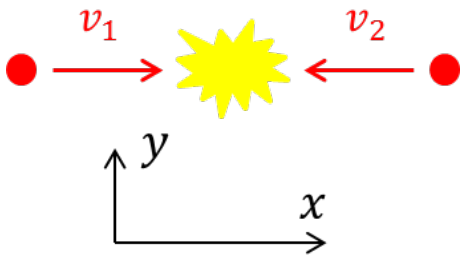


Løsning: Relativhastighet mellom system S og S' er v_E. Vi er ute etter hastigheten til Klingon-skipet i system S'. Vi bruker Lorentz-transformasjonen:

$$v'_K = \frac{v_K - v_E}{1 - \frac{v_E}{c^2}v_K} = 0.125c.$$

G 13.4 Protoner som kolliderer

I et eksperiment akselereres to protoner til høy hastighet i motsatt retning slik at de kolliderer. I laboratoriesystemet S måler vi hastighetene $v_1 = 0.800c$ og $v_2 = -0.800c$. Vi definerer systemet S' slik at det andre protonet er i ro, $v'_2 = 0$ m/s, målt i dette systemet. Hva er hastigheten til det første protonet i system S'? Med andre ord, hvis du er et av protonene, hva er hastigheten som du måler for protonet som kommer mot deg?



Løsning:

Relativhastigheten mellom de to systemene er v_2. Vi bruker formelen for transformasjon av hastighet fra et referansesystem til et annet og får

$$v_1' = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_2}{c^2} v_1} = \frac{0.800c - (-0.800c)}{1 - \frac{(-0.800c)}{c^2} 0.800c} = 0.976c.$$

Fasit til gruppeoppgaver

G 13.1

a) 3.2 km.

b) 22 μs.

c) 18 μs.

G 13.2

Tips: se lysbilder fra forelesning og/eller AMS-kompendiet kap. 18.

G 13.3

$v'_K = 0.125c$.

G 13.4

$v'_1 = 0.976c$.