# Seminaroppgaver 8

## S 8.1 Integrasjon av en kraft

Vi har en partikkel som er påvirket av en endimensjonal kraft gitt ved

$$F(x) = 2F_0 \sin\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 e^{-x/x_0},$$

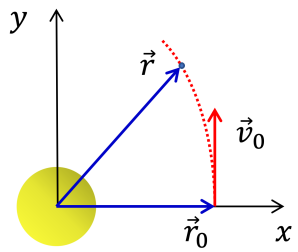
hvor $F_0$ er en konstant med enhet N og $x_0$ er en konstant med enhet m. Vi velger her å sette $F_0 = 1.00$ N og $x_0 = 1.00$ m.

a) Lag et plott av kraften for intervallet $x = [0, \pi]$.

b) Bruk trapes-metoden til å numerisk integrere kraften for intervallet $x = [0, \pi]$ for å finne arbeidet denne kraften gjør over denne gitte strekningen. *Tips*: bruk gjerne numpy-funksjonen `trapezoid()`.

c) Bestem den potensielle energien $U(x)$ som funksjon av $x$ i samme intervall som før ved numerisk integrasjon. Vi kan velge $U_0 = 0.00$ J for enkelhets skyld. Plott den potensielle energien. Finner du noen stabile og/eller ustabile likevektspunkter? *Tips*: bruk gjerne scipy-funksjonen `cumulative_trapezoid()`.

## S 8.2 En komet i solsystemet




Vi har en komet med masse $m$ som kommer inn i solsystemet vårt. Vi antar her at vi kan se bort fra påvirkning av planetene i solsystemet, slik at det kun er gravitasjonskraften fra sola (som har masse $M$) som virker på kometen:

$$\vec{F}_G = -G\frac{mM}{r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

hvor $G = 6.673 \cdot 10^{-11}$ m$^3$/(kg s$^2$) er gravitasjonskonstanten, og $r$ er avstanden mellom massesenteret til sola og massesenteret til kometen. Vi velger et koordinatsystem med origo i solas massesenter som vist i figuren, og kometen har posisjonsvektor $\vec{r}_0 = r_0\hat{\mathbf{i}}$ og hastighetsvektor $\vec{v}_0 = v_0\hat{\mathbf{j}}$ i det vi starter klokka ($t = t_0 = 0.0$s). Vi antar at kometen beveger seg i $xy$-planet (ingen $z$-komponent).

a) Tegn et frilegemediagram for kometen.

b) Finn et uttrykk for akselerasjonen til kometen.

c) Løs numerisk (dvs. med numerisk integrasjon) med Euler-Cromer-metoden den annenordens differensialligningen du fant i forrige deloppgave (husk at $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$) for å beregne banen til kometen. Bruk følgende konstanter: Solas masse $M = 1.99 \cdot 10^{30}$ kg, $|\vec{r}_0| = 1.50 \cdot 10^{11}$ m, $|\vec{v}_0| = 1.00 \cdot 10^4$ m/s. Vi ser på et tidsintervall fra $t_0 = 0.00$ s til $t_1 = 1.5$ år. For størrelsen på tidsintervallet kan du prøve med $\Delta t = 100$ s. Plott banen til planeten i $xy$-planet (det er lurt å bruke matplotlib-funksjonen `axis('equal')` for å få lik "aspect ratio" på $x$- og $y$-aksen). Hvilken bane følger kometen?

d) Kjør nå koden din med (i) $|\vec{v}_0| = 3.00 \cdot 10^4$ m/s, og (ii) $|\vec{v}_0| = 4.50 \cdot 10^4$ m/s. Hvilke baner følger kometen for disse initialfartene?

e) Hvor stort tidsintervall $\Delta t$ skal til før resultatene blir (veldig) gale?