

Fasit for FYS1120-oppgaver H2010.

### OPPGAVESETT 1

1a)  $9.88 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

1b) 891

PS: Spørsmål 1a) og 1b) har ingenting med hverandre å gjøre. 1b) refererer til to nøytrale kuler, ikke kulene i 1a)

2a)  $7.25 \cdot 10^{24}$

2b)  $5.27 \cdot 10^{15}$

2c)  $7.23 \cdot 10^{-10}$

3b)  $-1.74 \cdot 10^5 \text{ V/m}$

3c) -3.27 m i forhold til origo

3d)  $q_3 = 0.875 \text{ } \mu\text{C}$

4a) 0

4b)  $E = 1.311 \cdot 10^{17} \text{ N/m}$  rettet mot den nærmeste positive ladningen.

4c)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3qa}{r^4}$

4d) 0 pga symmetri.

5b)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x\sqrt{x^2 + (L/2)^2}}$  normalt ut fra staven, da transverskomponenten kansellerer ut.

5c) For  $L \gg r$ , er  $x$  tilnærmet lik  $r$  og uttrykket under roten blir  $2/L$ , hvorav formelen i 5c følger.

Resultatet i 5c er som vi skulle forvente for sylindersymmetri, en  $1/r$  avhengighet og proporsjonalitet med ladningstettheten. Det kan fåes fra Gauss lov ved å legge en sylinterflate rundt linjen (feltet er rent radielt for  $L \gg r$ ) også:  $E \cdot A = E \cdot L \cdot 2\pi r = \lambda L / \epsilon_0 = Q / \epsilon_0$ , som gir  $E = \lambda / 2\pi r \epsilon_0$

### OPPGAVESETT 2

1a) Komponenten på tvers av aksene kansellerer ut pga symmetri.

1b) Hint: Uttrykk  $1/r^2$  og sinus til vinkelen med  $z$  og  $b$ .

1e) Utenfor kula så er feltet definert som om all massen skulle være i et punkt i sentrum. Kan også finnes med Gauss lov.

2b) Hint: Tangentvektoren til en kurve er gitt ved  $dy/dx$ .

Man finner frem til differensiallikningen

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2} \frac{x}{y}$$

som har løsninger i form av ellipser ( $C$  er en integrasjonskonstant).

$$y^2 + \frac{x^2}{2} = C$$

2c)

Her skal man finne likningen

$$\frac{dy}{dx} = 2 \frac{y}{x}$$

hvis løsning er

$$y = Cx^2$$

2d) Siden  $\vec{E} = -\nabla V$  kan vi partiellintegre opp hver av komponentene  $E_x$  og  $E_y$ . Integrasjonskonstanten kan settes lik null og vi får da:

$$V = \frac{4x^2}{y}$$

2e)

$$\nabla \times \vec{E} = \left( \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x \right) \vec{e}_z = \frac{8x}{y^2} - \frac{8x}{y^2} = 0$$

3a)  $W = 6 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

3b) Du skal få samme svar som i 3a), da feltet er konservativt, dvs integrasjonsveien er uten betydning, svaret er definert av potensialet i hvert endepunkt.

4a)

$$V(\vec{r}) = kq \left( \frac{1}{|\vec{r} - \vec{d}/2|} - \frac{1}{|\vec{r} + \vec{d}/2|} \right) \approx \frac{kq\vec{d} \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{kq\vec{d} \cdot \hat{r}}{r^2}$$

Det første uttrykket er det eksakte, det siste tilnærmingen for  $r \gg d$ . Husk at enhetsvektoren er definert  $\hat{r} = \vec{r}/r$ .

4b)

$$\vec{E} = k \frac{3}{r^3} (\vec{p} \cdot \hat{r}) \hat{r} - k \frac{\vec{p}}{r^3}$$

4c) Svarene er identiske med de i vektoranalysenotat 1.

### OPPGAVESETT 3

1a) Feltet fra en uendelig stor flate med ladning er generelt gitt ved

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Oppgaveteksten kan dessverre tolkes på to måter: 1) som om det ligger  $\sigma=0.4\mu\text{C}$  på begge sider av metallet eller at  $\sigma=0.4\mu\text{C}$  er fordelt på begge sidene. Her velger vi å regne med det første.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 0.4\mu\text{C}}{2\epsilon_0} = 4.52 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

Inne i en leder er det ikke noe felt i statiske situasjoner, dvs når det ikke flyter en strøm.

2a)

$$Q = \int_0^a \rho(r) dV = \int_0^a \rho(r) 4\pi r^2 dr = \rho_0 \int_0^a \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) 4\pi r^2 dr = \frac{8\pi}{15} \rho_0 a^3$$

2b) Utenfor kula er feltet som for en punktladning.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{8\pi}{15} \rho_0 a^3 = \frac{2\rho_0 a^3}{15\epsilon_0 r^2}$$

Inne i kula er feltet i en radius  $r$  gitt av ladningen innenfor kuleflaten med radius  $r$ .

$$Q = \int_0^r \rho(r) dV = \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2 dr = 4\pi\rho_0 \left[ \frac{r^3}{3} - \frac{r^5}{5a^2} \right]$$

Dette kan så settes inn i uttrykket for E-feltet

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi\rho_0 \left[ \frac{r^3}{3} - \frac{r^5}{5a^2} \right] = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left[ \frac{r}{3} - \frac{r^3}{5a^2} \right]$$

Maksimalverdien til  $E$  ligger inne i kula og  $r$  kan finnes ved å derivere.  $r = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}a$

2c) Innenfor:

$$V(r) = \frac{2\rho_0 a^2}{15\varepsilon_0 r}$$

Utenfor:

$$V(r) = \frac{\rho_0 a^2}{12\varepsilon_0} \left[ 3 - 2\frac{r^2}{a^2} + \frac{3}{5}\frac{r^4}{a^4} \right]$$

3a) Ved bruk av Gauss lov på alle seks sideflater så skal man komme frem til et uttrykk på formen for fluksen  $\varphi$ :

$$\varphi = \left[ \frac{2}{a}(z_1^3 - z_2^3) + 2a(y_1 - y_2) + 3(x_1^2 - x_2^2) \right] = 1.23 \cdot 10^{-9} \text{Vm}$$

$$Q = \varphi\varepsilon_0 = 1.09 \cdot 10^{-20} \text{C}$$

3b)

$$\rho = \varepsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \frac{2\varepsilon_0}{a} \left[ 1 + \frac{3x}{a} + \frac{3z^2}{z^2} \right]$$

Et trippelintegral over  $\rho$  gir så:

$$Q = 2\varepsilon_0 a^2 \left[ 1 + \frac{3}{2a}(x_1 + x_0) + \frac{1}{a^2}(z_1^2 + z_0^2 + z_1 z_0) \right] = 1.09 \cdot 10^{-20} \text{C}$$

Merk: Dette eksempelet er litt kunstig og ufysikalsk, fordi vi får en ladning mindre enn elementærladningen...

#### Oppgavesett 4

1a) Hint: Betrakt staven som en positiv stav og en negativ stav og bruk superposisjon. Den ene komponenten kansellerer ut.

$$E = k \frac{2\lambda}{d} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{L^2}{4d^2}}} \right)$$

=115 V/m, rettet parallelt med staven fra den positive til den negative delen.  $d$  er avstanden fra stavens midtpunkt vinkelrett på staven.

1b)

Finner dipolmomentet fra definisjonen

$$\vec{p} = \int \rho(\vec{r}) \vec{r} d^3\vec{r} = \int_{-L/2}^{L/2} \lambda(x) x dx = - \int_{-L/2}^0 \lambda x dx + \int_0^{L/2} \lambda x dx = \frac{\lambda}{4} L^2$$

$$\vec{p} = 9 \cdot 10^{-10} \text{C/m}$$

Ikke forvirr dipolmomentet med bevegelsesmengde, selv om begge er en vektor ved navn  $p$ . Det er vanligvis klart fra sammenhengen hvilken det er snakk om.

1c)

For kraftmomentet har vi vektorlikningen

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Absoluttverdien til kraftmomentet er  $\tau = pE \sin \alpha = 7.39 \cdot 10^{-6} Nm$

Den potensielle energien er gitt som

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \alpha = -2.03 \cdot 10^{-5} J$$

2a)

Bruk at feltet fra en flate med ladning:  $|E| = \sigma / 2\epsilon_0$

Feltet fra flate 1, 2 og 3 er da hhv  $|E_1| = 169.6 V/m$ ,  $|E_2| = 339 V/m$ ,  $|E_3| = 452 V/m$

Disse skal så legges sammen med korrekt fortegn og retning etter hvor man befinner seg.

$$E(z=6cm) = 56.4 V/m$$

$$E(z=-6cm) = -56.4 V/m$$

2b)

$$E(z=-3cm) = 283 V/m$$

$$E(z=2cm) = 960 V/m$$

3a) Inne i den innerste sylindren samt i metallet mellom b og c er  $E=0$ , mellom a og b og utenfor c er

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

3b) Bruk Gauss lov. Ladningstettheten pr lengdenhet er konstant og motsatt på flaten b i forhold til på a og c. Ladningstettheten pr overflateareal faller såklart av med  $1/r$ .

3c) Kapasitans pr lengde er gitt ved

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)}$$

4a) Inne i kula stiger feltet linjært med  $r$ , siden innelukket ladning i en kuleflate rundt  $r=0$  øker proporsjonalt med  $r^3$  og vi kan regne som all ladningen er konsentrert i et punkt  $r=0$  (hvor vi får en

$1/r^2$  avhengighet), samt at ladning utenfor  $r$  er irrelevant for feltet i en avstand  $E$  når vi har kulesymmetri. Disse resultatene stammer fra oppgave 1 i oppgavesett 1.

Bruk av Gauss lov gir:

$$E_{in} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3}$$

Utenfor kula har vi det vanlige feltet fra en punktladning. Dette kan også lett vises med Gauss lov.

$$E_{out} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

### OPPGAVESETT 5

1a)  $\epsilon = \kappa \epsilon_0 = 2.3 \cdot 10^{-11} \text{ F/m}$

1b)  $V_{\max} = E_{\max} \cdot d = 40 \text{ kV}$

1c)  $E = \sigma/\epsilon$        $\sigma_{\max} = E_{\max} \cdot \epsilon = 4.6 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$

1d)

Vi kan sette opp to uttrykk for  $E$ -feltet mellom platene og sette dem lik hverandre.

$$E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\kappa \epsilon}$$

Deretter løser vi for den induuerte ladningstettheten  $\sigma_i$

$$\sigma_i = \sigma \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right) = 2.83 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

2a)

Vi har energien i en kondensator

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

Kapasitansen for en platekondensator er

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{x}$$

Disse uttrykkene kan kombineres til

$$U = \frac{xQ^2}{2A\epsilon_0}$$

2b)

$$dU = \frac{(x + dx)Q^2}{2A\epsilon_0} - \frac{xQ^2}{2A\epsilon_0} = \frac{Q^2}{2A\epsilon_0} dx$$

2c) Kraften er den deriverte av den potensielle energien.

$$F = \frac{d}{dx} \left[ \frac{xQ^2}{2A\epsilon_0} \right] = \frac{Q^2}{2A\epsilon_0}$$

2d) Feltet i kondensatoren, E, er satt opp av TO plater, og den ene platen kan kun "føle" halvparten av dette.

3a)

$$J = \frac{I}{a^2} = 6.81 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$$

3b)

$$E = \rho J = 1.16 \cdot 10^{-2} \text{ V/m}$$

3c)

$$v = 0.05 \text{ mm/s}$$

$$t = 7.994 \cdot 10^4 \text{ s}$$

4a)  $R_{\text{vann}} = 5.97 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{\text{kobber}} = 8.12 \text{ m}\Omega \approx R_{\text{total}}$

4b) 0.816 mA går i vannet, resten går i kobberet.

4c)  $U = 4.87 \text{ V}$

### Opgavesett 6

1a)

Feltet er gitt ved feltet i en parallellplatekondensator ganger dielektrisitetskonstanten for mediet.

$$E_1 = \frac{E_0}{\kappa_1} = \frac{Q}{\kappa_1 \epsilon_0 A}$$

$$E_2 = \frac{E_0}{\kappa_2} = \frac{Q}{\kappa_2 \epsilon_0 A}$$

Potensialet til platene er gitt ved  $V=Ed$

$$V_1 = \frac{Qd}{2\kappa_1 \epsilon_0 A}$$

$$V_2 = \frac{Qd}{2\kappa_2 \epsilon_0 A}$$

1b)

Den ene platen er positiv og den andre negativ, så potensialforskjellen blir

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Qd}{2\kappa_1 \epsilon_0 A} + \frac{Qd}{2\kappa_2 \epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{Q}{V_1 + V_2} = \frac{Q}{\frac{Qd}{2\kappa_1 \epsilon_0 A} + \frac{Qd}{2\kappa_2 \epsilon_0 A}} = \frac{2A\epsilon_0}{d} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$$

Svaret kan også finnes ved at situasjonen er ekvivalent med seriekobling av to kondensatorer med areal  $A/2$ , lengde mellom platene  $d$  og dielektrisitetskonstanter  $\kappa_1$  og  $\kappa_2$ .  $C = 2 \epsilon_0 \kappa A/d$  gir

$$C_{tot} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{2\epsilon_0 \kappa_1 A}{d} \cdot \frac{2\epsilon_0 \kappa_2 A}{d}}{\frac{2\epsilon_0 \kappa_1 A}{d} + \frac{2\epsilon_0 \kappa_2 A}{d}} = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$$

1c) Dette er ekvivalent med en parallellkobling av to kondensatorer med areal  $A$  og lengde mellom platene  $d/2$ .  $C = \kappa A \epsilon_0 / 2d$  gir

$$C_{tot} = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 \kappa_1 A}{2d} + \frac{\epsilon_0 \kappa_2 A}{2d} = \frac{\epsilon_0 A}{2d} (\kappa_1 + \kappa_2)$$

2a)

$$dR = \rho \frac{dx}{A} = \rho \frac{dx}{A_0(1 + \alpha x)}$$

$$R = \int_0^L dR = \frac{\rho}{A_0} \int_0^L \frac{dx}{(1 + \alpha x)} = \frac{\rho}{\alpha A_0} [\ln(1 + \alpha x)]_0^L = \frac{\rho}{\alpha A_0} \ln(1 + \alpha L)$$

2b)

For  $x \rightarrow 0$  har vi at  $\ln(1 + x) \approx x$

Vi bruker dette i svaret over:

$$R = \frac{\rho}{\alpha A_0} \ln(1 + \alpha L) = \frac{\rho}{\alpha A_0} \alpha L = \frac{\rho L}{A_0}$$

Vi får det forventede svaret for motstanden i en ledning: Proporsjonal med resistiviteten og lengden, omvendt proporsjonal med tversnitsarealet.

3a)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0} = \frac{4\pi a^2 \sigma}{\kappa \epsilon_0}$$



$$E = \frac{a^2 \sigma}{\kappa \epsilon_0 r^2}$$

3b)

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{Q}{4\pi\kappa\epsilon_0 a} - \frac{Q}{4\pi\kappa\epsilon_0 b} = \frac{Q}{4\pi\kappa\epsilon_0} \frac{b-a}{ab}$$

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = 4\pi\kappa\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

3c)

$$\sigma_{out} = \sigma \frac{a^2}{b^2}$$

$$Q_{out} = \sigma \frac{a^2}{b^2} 4\pi b^2 = 4\pi a^2 \sigma$$

3d)

$$\sigma_{in} = -\sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

$$\sigma_{out} = \sigma \frac{a^2}{b^2} \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

4a)

Kirchoffs lov for strømmer:

$$I_{R_1} = I_{R_2} + I_{R_3}$$

Kirchoffs lov for spenningsfall i høyre sløyfe:

$$0 = R_2 I_{R_2} - R_3 I_{R_3}$$

Kirchoffs lov for spenningsfall i ytre sløyfe:

$$\varepsilon - R_1 I_{R_1} - R_3 I_{R_3} = 0$$

Settet har løsning

$$I_{R_1} = \frac{\varepsilon - R_3 I_{R_3}}{R_1}$$

$$I_{R_2} = I_{R_3} \frac{R_3}{R_2}$$

$$I_{R_3} = I_{R_1} - I_{R_2} = \frac{\varepsilon - R_3 I_{R_3}}{R_1} - I_{R_3} \frac{R_3}{R_2} = \frac{\varepsilon}{R_1} - I_{R_3} \left[ \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right]$$

$$I_{R_3} \left[ 1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right] = \frac{\varepsilon}{R_1}$$

$$I_{R_3} = \frac{\varepsilon}{R_1 \left[ 1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right]} = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3 + R_1 \frac{R_3}{R_2}} = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 R_2 + R_3 R_2 + R_1 R_3}$$

Som gir

$$I_{R_3} = \frac{8 \cdot 2}{6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 4} = 0.364 \text{ A}$$

$$I_{R_2} = \frac{4}{2} I_{R_3} = 0.727 \text{ A}$$

$$I_{R_1} = 0.727 \text{ A} + 0.364 \text{ A} = 1.091 \text{ A}$$

4b)

Batteriet leverer:

$$P = \varepsilon I_{R_1} = 8.73 \text{ W}$$

4c)

$$P_{R_3} = R_3 I_{R_3}^2 = 0.53 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 I_{R_2}^2 = 1.05 \text{ W}$$

$$P_{R_1} = R_1 I_{R_1}^2 = 7.14 \text{ W}$$

Summen av disse er effekten fra 4b), da energien er bevart.

### Oppgavesett 7

1a)

$$I_1 = 3.67 \text{ A}$$

$$I_2 = -1.33 \text{ A}$$

$$I_3 = -2.33 \text{ A}$$

1b)

$$P_{\varepsilon 1} = 44 \text{ W}$$

1c)

$P = 41.33 \text{ W}$ . Noe av effekten i 1b) går til å lade det andre batteriet.

2a)

$$I_{t=0} = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

$$I_{t \rightarrow \infty} = 0$$

2b)

$$I_{t=0} = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$I_{t \rightarrow \infty} = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

3a)

$$\tau = RC = 0.1 \mu s$$

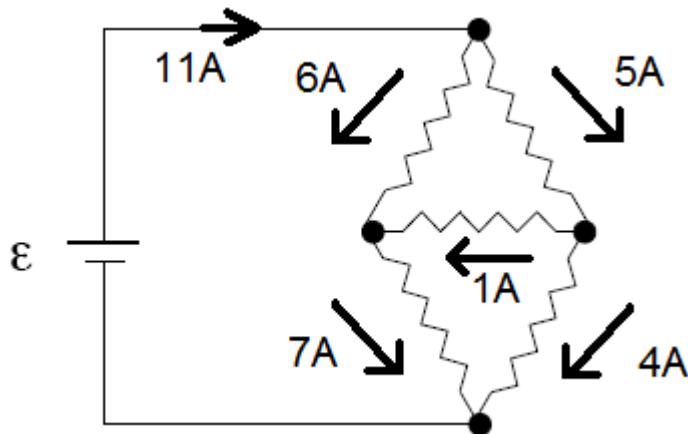
3b)

$$Q = 12 pC$$

Merk: I eksempelet over er  $t \gg \tau$  og derfor er  $Q \approx \varepsilon C$ , men kondensatorer blir aldri "fulladet" før uendelig lang tid er gått.

3c) 0 A

4a)



4b) 1.182 Ω

### Oppgavesett 9

1a)  $4.38 \cdot 10^{-4}$  T, inn i planet.

1b) Coloumbkraften er 3.75 N. Den magnetiske kraften er 1.688 mN. Begge er frastøtende. Forholdstallet mellom dem er  $2.22 \cdot 10^3$

1c) Hvis den ene partikkelen reverseres, vil størrelsen på magnetfeltet være den samme, men retningen også reverseres.

2a)  $B = 2.91 \cdot 10^5 \text{ T}$  mot øst.

2b) Magnetfeltet i en avstand av 50 m er kun 11% av det jordmagnetiske feltet, så neppe.

2c) Ja.

3a) Bruk Amperes lov  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{encl}$

For  $r < a$

$$B = \frac{\mu_0 J \pi r^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J r}{2}$$

For  $r > a$

$$B = \frac{\mu_0 J \pi a^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J a^2}{2r}$$

4a)  $F = 4ILB_0 = 0.04 \text{ N}$ . De to rette linjesegmentene bidrar med 0.01 N hver, halvsirkelen med 0.02 N. Pga symmetri kunne vi her betraktet ledningen som en rett leder med lengde  $4L$ .

4b)

$$B = \frac{\mu_0 I}{4L} = 3.14 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

### Oppgavesett 10

1a)  $B_0 = 1.2 \text{ T}$

1b)  $B \approx 12.57 \text{ mT}$

1c)  $H_{core} = \frac{B_r d}{\mu_0 2\pi R}$

2c) Venstre sidekant:  $\vec{F} = (\frac{1}{2}IB_0L, 0, 0)$

Øvre sidekant:  $\vec{F} = (0, -IB_0L, 0)$

Høyre sidekant:  $\vec{F} = (-\frac{1}{2}IB_0L, 0, 0)$

Nedre sidekant:  $\vec{F} = (0, 0, 0)$

Summen av disse gir samme svar som fremgangsmåten i 2d, som forventet.

2d)  $\vec{F} = (0, -IB_0L, 0)$

3a)  $B_x = \mu_0 J d / 2, B_y = B_z = 0$

3b) Mellom platene:  $B = \mu_0 J d$

Utenfor platene:  $B = 0$

3c)  $P = \mu_0 J^2 d^2 / 2$ . Motsatt rettede strømmer frastøter hverandre.

4c)  $F = 0.06 \text{ N}$

### Oppgavesett 11

1a)

$$I_D = \frac{I_0 \epsilon_0}{\sigma} \omega \cos(\omega t)$$

1b)

For

$$\frac{\epsilon_0}{\sigma} \omega \ll 1$$

kan vi neglisjere forskyvningsstrømmen.  $\sigma$  gir  $\omega \ll 6.55 \cdot 10^{17} \text{ s}^{-1}$ . Dette er en ekstremt høy frekvens, svarende til røntgenstråler, dvs for et ledende metall er forskyvningsstrømmen irrelevant.

2a, 2b)

$$\epsilon = 2B_0 L v \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right)$$

3a)

$$E_L = 78.5 \text{ V/m}$$

3b)

$$\epsilon = \pi f B L^2 = 19.63 \text{ V}$$

3c)

$$E_L = 39.3 \text{ V/m}$$

4a)

$$\vec{E} = (0, 0, yB_0 a e^{-at})$$

### Oppgavesett 12

1a)  $di_2/dt = 200 \text{ A/s}$

1b)  $i_2 = 1.5 \text{ A}$

1c) Begge er 2A, da solenoiden ikke påvirker likestrøm.

2a)  $B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$

2b)  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Sett inn  $r=a$  i 2a), så får du svaret i 2b).

2c)  $7.8 \mu\text{J}$

3a)  $305 \text{ Hz}$

3b)  $Q = I_0 \sqrt{LC} = 4.43 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

3c)  $Q = 3.58 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

4a)

Knuteregulering:  $I_C - I_R - I_L = 0$

Venstre sløyfe:  $V_C - V_R = Q/C - V_R = 0$

Høyre sløyfe:  $V_L - V_R = -L di_L/dt - I_R R = 0$

4b)

$$\frac{d^2 I_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dI_L}{dt} + \frac{1}{LC} I_L = 0$$

Tips: Dette er en 2. ordens differensialligning med underdempede, kritisk dempede og overdempede løsninger. Kort oppsummering: Finn den karakteristiske annengradsligningen og se om du har to reelle røtter (overdempet), en reell rot (kritisk dempet) eller komplekskonjugerte røtter (underdempet = svingende løsninger). Hvis røttene er rent imaginære ( $R = \infty$ ), så har vi rent

imaginære røtter og rene udempede svingninger, siden førsteordensleddet i svingeligninger representerer dissipasjon av energi, her varme i motstanden  $R$ . Du trenger to initialbetingelser for en annenordens differensialligning, her er de  $I_L(t=0) = 0$  og  $LdI_L/dt = V$ .

Sjekk en matematikkbok for generell fremgangsmåte.