UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Midtveiseksamen i: FYS1120 – Elektromagnetisme
Eksamensdag: 8. oktober 2012
Tid for eksamen: 15:00 – 18:00
Oppgavesettet er på 2 sider
Vedlegg: Formelark (2 sider)
Tillatte hjelpemidler: Utdelt formelark og kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

To like store ladninger befinner seg i ro på x-aksen og i avstand a på hver side av origo.

a) Hvor stor kraft virker på hver av ladningene når ladningene har størrelse $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C og avstanden $a = 0{,}37 \cdot 10^{-10}$ m? Tomromspermittiviteten $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2.

b) Ladningene sitter på partikler med masse $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg (protoner). Hvor stor blir akselerasjonen i første øyeblikk dersom partiklene slippes fri?

c) Vi tenker oss igjen at ladningene ligger i ro slik som i første del av oppgaven. To like, men negative ladninger med samme absolutte størrelse som de positive ladningene befinner seg i ro i punktene (0,y) og (0,-y) på y-aksen (de positive ladningene er fortsatt der). Hvor stor kraft virker på hver av partiklene uttrykt ved størrelsene e, a og y ?

d) Forklar med ord hvordan kraften på de negative ladningene varierer når ladningene føres utover fra en avstand $y << a$ til $y >> a$. Forklar at det må være en verdi for y hvor kraften på de negative ladningene er null, og regn ut hvor dette punktet er uttrykt ved størrelsen a.

Oppgave 2

Ved tiden $t = 0$ har et proton en avstand på 0,360 m fra en tilnærmet uendelig stor isolerende flate med uniform overflateladningstetthet på $2{,}34 \cdot 10^{-9}$ C/m^2. Protonet beveger seg parallelt med flaten med en hastighet på $9{,}70 \cdot 10^{2}$ m/s. Bruk Gauss lov til å finne det elektriske feltet protonet beveger seg gjennom og regn ut den totale hastigheten (absoluttverdien) til protonet ved $t = 5{,}00 \cdot 10^{-8}$ s.

Oppgave 3

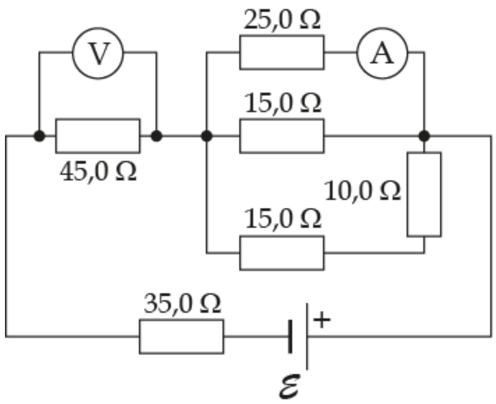
En parallell-plate-kondensator i vakuum lagrer en energi på 8,38 J. Avstanden mellom platene er 2,30 mm. Denne avstanden reduseres så til 1,15 mm.

a) Hvor stor er nå lagret energi hvis spenningskilden kobles fra kondensatoren før platene flyttes?

b) Hvor stor er lagret energi hvis spenningskilden ikke kobles fra før platene flyttes?

Oppgave 4

I kretsen til høyre er både voltmeteret og amperemeteret ideelle instrumenter, og batteriet har ingen intern resistans av betydning.



Amperemeteret viser 1,25 A.

a) Hva viser voltmeteret?

b) Hva er batteriets elektromotoriske spenning $\mathcal{E}$?

Equations sheet for FYS1120

September 24, 2012

Electric fields

Coulomb's law

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{\rho}{r^2}\hat{\mathbf{r}}\,d\tau$$

Dipoles

$$\tau = \boldsymbol{\mu}\times\mathbf{B} \qquad \tau = \mathbf{p}\times\mathbf{E}$$

$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{A} \qquad \mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

$$U_B = -\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B} \qquad U_E = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}$$

Potential, energy and work

$$W_{a\to b} = U_a - U_b$$

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot\mathbf{dl}$$

$$\nabla V = -\mathbf{E}$$

Energy stored in magnetic and electric fields.

$$U = \frac{1}{2}\int\left(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0}B^2\right)d\tau$$

Energy stored in solenoid and capacitor:

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2, \quad U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Maxwell's equations

In general

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \oint_S \mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{Q_{\mathrm{encl}}}{\epsilon_0}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0 \qquad \oint_S \mathbf{B}\cdot\mathrm{d}\mathbf{A} = 0$$

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \qquad \oint_L \mathbf{E}\cdot\mathrm{dl} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A}$$

$$\nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\oint_L \mathbf{B}\cdot\mathrm{dl} = \mu_0 I_S + \mu_0\epsilon_0\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$$

In matter

$$\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho_f \qquad \oint_S \mathbf{D}\cdot\mathrm{d}\mathbf{A} = Q_{f_{enc}}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0 \qquad \oint_S \mathbf{B}\cdot\mathrm{d}\mathbf{A} = 0$$

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \qquad \oint_L \mathbf{E}\cdot\mathrm{dl} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A}$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \qquad \oint_L \mathbf{H}\cdot\mathrm{dl} = I_{f_{enc}} + \frac{d}{dt}\int_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{A}$$

Definitions

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}$$

In linear media

$$\mathbf{P} = \epsilon_0\chi_e\mathbf{E} \quad \mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$$

$$\mathbf{M} = \chi_m\mathbf{H} \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\mathbf{B}$$

Magnetism

$$\Phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}$$

Field inside infinitely long solenoid:

$$\mathbf{B} = \mu_0 NI$$

Field between two coaxial cylinders:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Field inside the smallest of two coaxial cylinders:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

Field outside infinitely long conducting wire:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Faraday's law and emf

$$\epsilon = \int \mathbf{f_s} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{f} = \sigma \left(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right)$$

Biot-Savart law

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^2}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{I} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Mutual inductance

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B1}}{i_2}$$

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

Continuity of magnetic flux

$$\oint_S \mu_0 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{A} = \mathbf{0} \, .$$

over a closed surface.

Circuits

Effect:

$$P = VI \, .$$

Over ohmic resistance:

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R} \, .$$

Voltage drop over capacitor:

$$V = \frac{q}{C}$$

Charging capacitor in RC-circuit:

$$q = \mathcal{E} C \left[1 - e^{(-t/(RC))} \right]$$

Decharging capacitor:

$$q = Q_0 e^{(-t/(RC))}$$

The time constant τ of RC circuit expresses how fast the RC-circuit is charged or discharged:

$$\tau = RC$$

Self inductance:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \Longleftrightarrow \mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}$$

Units

Henry:

$$\begin{aligned} \mathrm{H} &= \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{A}^2} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{A}^2} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{A}} && (1) \\ &= \frac{\mathrm{J/C} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{C/s}} = \frac{\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^2}{\mathrm{C}^2} = \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}}{\mathrm{C}^2} = \Omega \cdot \mathrm{s} && (2) \end{aligned}$$

Ampere:

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$$

Tesla:

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{C} \cdot \mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}^2}$$