UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: Fys1120 og Fys1120L
Tidsrom: Onsdag 3 desember 2025, 15:00 til 19:00

Sensorveiledning. Merk at vi krever fysiske resonnementer og referanser til hvilke lover man tar utgangspunkt i for å få full uttelling i en oppgave. Hvis man ser på en krets skal man angi at man bruker Kirchoffs lov og ikke bare skrive den opp. Det er slik man dokumenterer hvordan man har løst en oppgave og hvordan man har tenkt når man løser en oppgave.
Hver deloppgave gis en score fra 0 til 5 hvor 5 svarer til feilfri løsning.
Merk at det også gjøres kvalitative vurderinger av hver enkelt deloppgave i tillegg til denne veiledningen. Sensoren kan skjønnsmessig gjøre vurderinger som avviker noe fra retningslinjene gitt her.

Oppgave 1: Ladninger

a) En ladning Q ligger i punktet $(-a, 0)$. Hva er det elektriske feltet fra denne ladningen i punktet $(0, 0)$?

Solution. Det elektriske feltet er gitt ved Coloumbs lov's

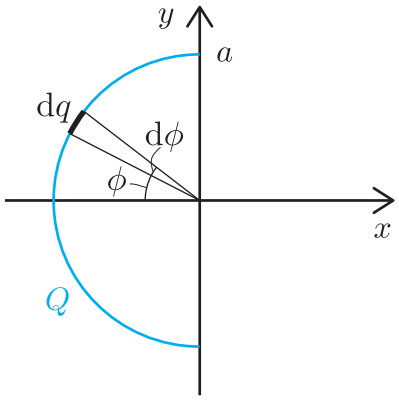
$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathbf{R}}{R^3} \, ,$$

hvor $\mathbf{R} = (0, 0) - (-a, 0) = (a, 0)$. Dermed er

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

Sensorveiledning. *Læringsmål: Elektrisk felt.*

- Trekker 1 om man bruker feil uttrykk for $\mathbf{E}$, f.eks. $Q/4\pi\epsilon_0 R$
- Trekker 1 om man har glemt ϵ_0
- Trekker 3 om man har regnet ut potensialet i stedet for feltet, men har gjort dette riktig.
- Trekker 2 om man ikke oppgir om feltet er en vektor eller gjør det klart at man kun finner x-komponenten til feltet, f.eks. ved å skrive E_x.
- Trekker 2 om man setter vektorer under brøkstreken.



b) En ladning Q er jevnt fordelt utover en halvsirkel med radius a som vist i figuren. Vis at bidraget til x-komponenten av det elektriske feltet i origo, $\mathrm{d}\,E_x$, fra et lite ladningselement $\mathrm{d}\,q$ som ligger ved vinkelen ϕ er gitt som:

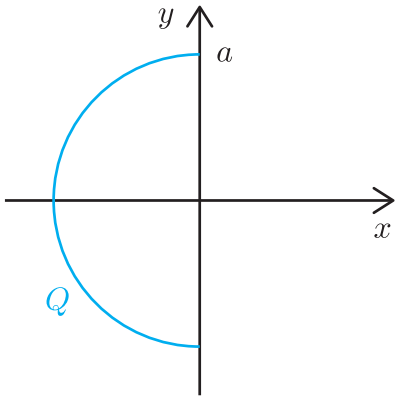
$$\mathrm{d}E_x = \frac{Q}{4\pi^2\epsilon_0 a^2}\cos\phi\,\mathrm{d}\phi$$

Solution. Ladningen til elementet er $\mathrm{d}q = \rho a \mathrm{d}\phi$, hvor $\rho = Q/L$ og $L = \pi a$ er lengden av halvsirkelen. Bidraget til det elektriske feltet E_x for et element $\mathrm{d}\phi$ er

$$\mathrm{d}E_x = \frac{\rho a \mathrm{d}\phi}{4\pi\epsilon_0}\frac{a\cos\phi}{a^3} = \frac{Q}{4\pi^2\epsilon_0 a^2}\cos\phi\,\mathrm{d}\phi$$

Sensorveiledning. *Læringsmål: Elektrisk felt. Kontinuerlig ladningsfordeling.*

- Trekker 1 om man bruker feil uttrykk for $\mathrm{d}\mathbf{E}$, f.eks. $Q/4\pi\epsilon_0 R$
- Trekker 1 om man ikke har regnet ut $\rho = Q/(\pi a)$ riktig.
- Trekker 1 om man ikke har regnet ut riktig $\mathbf{R}$-vektor hvis man bruker $\mathbf{R}$-vektor.
- Trekker 1 om man får feil fortegn uten å forklare dette.
- Trekker 2 om man setter vektorer under brøkstreken.



c) En ladning Q er jevnt fordelt utover en halvsirkel med radius a som vist i figuren. Hva er x-komponenten av det elektriske feltet i origo? Hva er y-komponenten av det elektriske feltet i origo?

Solution. Vi finner det elektriske feltet ved å bruke superposisjonsprinsippet og summere bidragene fra små ladningselementer dq ved vinkelen ϕ.

Systemet er symmetrisk omkring y-aksen, så y-komponenten vil være null, fordi det for ethvert element for $y > 0$ vil finnes et tilsvarende element for $y < 0$ slik at y-komponentene av det elektriske feltet kansellerer.

Vi integrerer dE_x fra $-\pi/2$ til $\pi/2$:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\phi \mathrm{d}\phi = 2$$

og finner at

$$E_x = \int \mathrm{d}E_x = \frac{Q}{4\pi^2\epsilon_0 a^2}\, 2 = \frac{Q}{2\pi^2\epsilon_0 a^2}$$

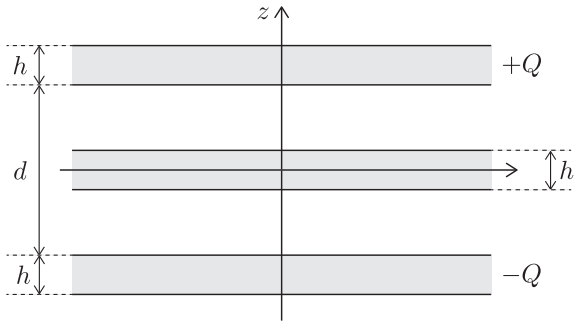
Sensorveiledning. *Læringsmål: Elektrisk felt. Kontinuerlig ladningsfordeling og integrasjon.*

- Trekker 1 om man ikke nevner superposisjonsprinsippet eller ikke forklarer hvorfor man summerer.
- Trekker 1 om man bruker feil uttrykk for **E**, f.eks. $Q/4\pi\epsilon_0 R$
- Trekker 2 hvis man ikke regnet ut et integral fra uttrykket i oppgave b
- Trekker 1 hvis man har valgt feil grenser for integralet.
- Trekker 1 om man har regnet ut integralet feil, men ellers har gjort oppgaven riktig.

Oppgave 2: Kondensator

Figuren viser et tverrsnitt gjennom to plane, ideelle ledere med tykkelse h og areal A i vakuum. Lederne er plassert i en avstand d fra hverandre. Den øverste lederen har ladningen $+Q$ og den nederste har ladningen $-Q$. En nøytral, ideell plan leder med tykkelse h er plassert midt mellom de to andre planene. Du kan anta at planene har så stor utstrekning at du kan se bort fra kanteffekter. Du kan i denne oppgaven bruke at det elektriske feltet fra en plan, uniform overflateladning ρ_s i xy-planet er

$$E_z = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}\frac{z}{|z|}\,.$$



a) Skisser og beskriv hvordan ladningene er fordelt i de tre lederne.

Solution. Ladningene vil fordele seg slik at det ikke er noe elektrisk felt innen i lederne. Hvis vi først ser på systemet bestående av den øverste og den nederste lederen, ser vi at ladningen $+Q$ vil være uniformt fordelt på den nederste overflaten til den øverste lederen. Tilsvarende vil ladningen $-Q$ være uniformt fordelt på den øverste overflaten av den nederste lederen. Med denne fordelingen av ladninger vil det elektriske feltet være null inne i lederne, men forskjellig fra null i området mellom lederne.

Vi ser så på ladningen på den midterste, nøytrale lederen. Denne må ha en ladningsfordeling som ikke gir noe felt inne i de andre lederne, men som samtidig gir null felt inne i lederen. Det får vi til ved å plassere en ladning $-Q$ uniformt fordelt på den øverste overflaten og en ladning $+Q$ uniformt fordelt fra den nederste overflaten.

Sensorveiledning. *Læringsmål: Ideelle ledere og ladningsfordeling.*

- Trekker 1 hvis man ikke nevner at feltet er null inne i alle lederne
- Trekker 1 hvis fordelingen man foreslår ikke bevarer ladningene per leder som oppgitt
- Trekker 2 hvis man ikke plasserer noen ladninger på overflaten av den midterste lederen.
- Trekker 1 hvis man argumenterer riktig, men får feil ladningsfordeling

b) Finn det elektriske potensialet, $V(z)$, som funksjon av z. Vi plasserer nullpunktet for potensialet midt i den midterste lederen, ved $z = 0$.

Solution. Det elektriske feltet fra en plan ladning Q uniformt fordelt på overflaten av en av lederne er $E_z = Q/(2A\epsilon_0)$ pekende vekk fra planet. Vi bruker superposisjonsprinsippet for å finne det elektriske feltet. I området mellom de to ladede planene er det elektriske feltet summen av feltet fra den øverste lederen og den nederste lederen. Hver bidrar med $E_z = Q/(2A\epsilon_0)$ i den negative z-retningen, slik at feltet blir

$$E_z = -\frac{Q}{A\epsilon_0}$$

Men inne i den midterste lederen må det elektriske feltet være null. Dermed blir det elektriske feltet

$$E_z = \begin{cases} 0 & \text{for } d/2 < z \\ -\frac{Q}{A\epsilon_0} & \text{for } h/2 < z < d/2 \\ 0 & \text{for } -d/2 < z < d/2 \\ -\frac{Q}{A\epsilon_0} & \text{for } -d/2 < z < -h/2 \\ 0 & \text{for } z < -d/2 \end{cases} .$$

Basert på dette kan vi finne det elektriske potensialet. Vi ser at potensialet er null ved $z = 0$, da det elektriske potensialet er det samme inne i en leder. Vi finner potensialet ved å integrere det elektriske feltet:

$$V(z) = \int_z^0 E_z \, \mathrm{d}z$$

i intervallet $h/2 < z < d/2$ blir dette

$$V(z) = \frac{Q}{A\epsilon_0}(z - h/2)$$

mens i intervallet $-d/2 < z < -h/2$ blir det

$$V(z) = \frac{Q}{A\epsilon_0}(z + h/2)$$

Sensorveiledning. *Læringsmål: Sammenhengen mellom elektrisk felt og potensial.*

- Trekker 1 hvis man plasserer nullpunktet for potensialet feil
- Gir 1 hvis man prøver å summere opp bidrag med utgangspunkt i Coloumbs lov ($\sum Q_i/(4\pi\epsilon_0 R_i)$ og dermed ikke får til oppgaven
- Trekker 1-2 hvis man regner ut $V(z)$ korrekt, men man har tatt utgangspunkt i feil ladningsfordeling og derfor feil elektrisk felt
- Trekker 1 hvis man oppgir et resultat som ikke er uniformt inne i lederne
- Trekker 1 hvis man kun har oppgitt for $z > 0$ uten å kommentere
- Trekker 1 hvis man ikke oppgir forklarer eller oppgir potensialet for $z > d/2$ eller $z < -d/2$

c) Finn kapasitansen til dette systemet. Kommenter effekten av å plassere en leder i midten av systemet.

Solution. Potensialforskjellen mellom de to lederne med ladning $+Q$ og $-Q$ er $\Delta V = \frac{Q}{A\epsilon_0}(d/2 - h/2) - \frac{Q}{A\epsilon_0}(-d/2 + h/2) = \frac{Q}{A\epsilon_0}(d - h)$ slik at $C = Q/\Delta V$ blir $C = A\epsilon_0/(d - h)$.

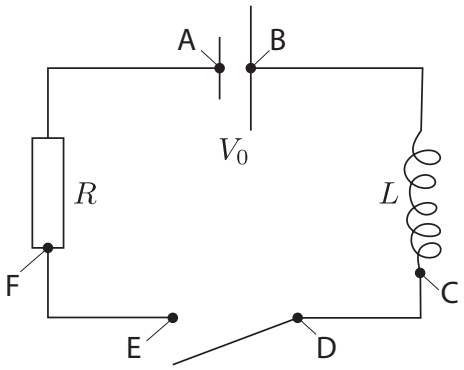
Vi ser at effekten av å plassere en leder med tykkelse h i midten av systemet er å redusere den effektive avstanden mellom kondensatorplatene med h. Dette gjør altså kapasitansen større.

Sensorveiledning. *Læringsmål: Elektrisk potensial. Kapasitans.*

- Trekker 1 hvis man ikke kommenterer effekten av å plassere lederen i midten
- Trekker 1 hvis ikke påpeker at lederen øker kapasitansen
- Trekker 1 hvis man bruker potensialforskjellen mellom $z = 0$ og $z = d/2$ eller tilsvarende
- Trekker 1 hvis man ikke setter inn og finner C
- Hvis man har feil $V(x)$ fra oppgave b, men beskriver at man finner potensialforskjellen mellom øverste og nederste leder, trekker vi kun 1 poeng (altså for følgefeil)

Oppgave 3: Krets

Figuren viser en krets som består av en motstand R, et batteri med spenning V_0, en spole med induktans L og en bryter.



a) Anta at bryteren har vært åpen svært lenge, slik at det ikke går noe strøm i kretsen. Anta at potensialet i punktet A i figuren er null. Hva er potensialene i de andre punktene, B-F, i figuren. Begrunn svaret kort.

Solution. I punktet B er potensialet V_0 høyere enn i A fordi batteriet setter opp en spenning V_0: $V_A = 0$, $V_B = V_0$. Siden det ikke går noen strøm i systemet er potensialet i F det samme som i A: $V_F = 0$, og potensialet i E er det samme som i F siden de er koblet sammen med en (ideell) leder: $V_E = V_F = 0$. Potensialet i C er det samme som i B, fordi det ikke er noen endring i strømmen gjennom spolen og det derfor ikke er noe spenningsfall over spolen, $V_C = V_B = V_0$. Vi ser at potensialet i D er det samme som i C siden de er koblet sammen med en ideell leder, $V_D = V_0$.

Sensorveiledning. *Læringsmål: Kretser. Batteri. Spole. Potensial.*

- Trekker 1 hvis det ikke er samme potensial langs en leder (mellom C og D og mellom E og F)
- Trekker 1 hvis potensialet ikke øker over batteriet (mellom A og B)
- Trekker 1 hvis potensialet endrer seg over motstanden (mellom A og F)
- Trekker 1 hvis potensialet endrer seg over spolen (mellom B og C)
- Trekker 1 hvis potensialet ikke endrer seg over bryteren (mellom D og E)

b) Anta at vi lukker bryteren ved tiden $t = 0$ slik at det nå kan gå strøm i kretsen. Hva er strømmen, $I(0)$ ved tiden $t = 0$? Hva blir strømmen i kretsen etter svært lang tid, $I(\infty)$?

Solution. Ved tiden $t = 0$ vil det ikke gå noen strøm i kretsen, $I(0) = 0$. Da vil spenningsfallet over spolen være det samme som spenningsøkningen over batteriet. Etter svært lang tid vil strømmen være tilnærmet konstant. Det er da ikke lenger noe spenningsfall over spolen. Kirchoff spenningslov gir oss da at $V_0 - RI(\infty) = 0$ og $I(\infty) = V_0 = /R$.

Sensorveiledning. *Læringsmål: Kirchoffs lover, spole, motstand, kretser.*

- Trekker 2 dersom det ikke argumenteres for eller sies at det ikke går noen strøm i kretsen ved $t = 0$ fordi spenningsfallet over spolen er like stort som spenningøkningen over spolen ved f.eks. å referere til Faradays lov
- Trekker 1 hvis man ikke innser eller kommenterer at strømmen vil være konstant etter svært lang tid
- Trekker 1 hvis man ikke kommenterer, forklarer eller viser at man bruker Kirchoffs spenningslov eller tilsvarende
- Treker 1 hvis man ikke bruker Kirchoffs spenningslov korrekt (f.eks. hvis man inkludere et spenningsfall over spolen)

c) Finn en differensiallikning for strømmen i kretsen og finn løsningen til likningen.

Solution. Kirchoffs spenningslov for kretsen gir at

$$V_0 - RI - L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = 0$$

Slik at

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{V_0}{L} - \frac{R}{L}I$$

Vi finner først løsningen av den homogene differensiallikningen $L\mathrm{d}I/\mathrm{d}t = -RI$ som gir $\tau = L/R$ og $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$. Vi forventer at denne inhomogene likningen har løsningen $I = A + Be^{-t/\tau}$. Vi vet at $I(0) = 0$ slik at $B = -A$ og $I(t) = A(1 - e^{-t/\tau})$. Vi vet at $I(\infty) = A = V_0/R$, slik at $I(t) = (V_0/R)(1 - e^{-t/\tau})$. Løsningen er derfor

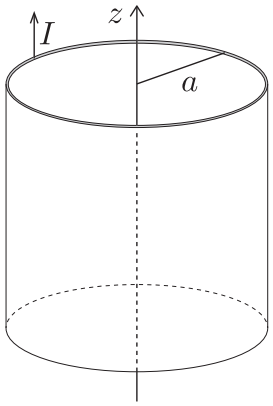
$$I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-t/(L/R)}\right) .$$

Sensorveiledning. *Læringsmål: Kirchoffs lover, spole, motstand, kretser.*

- Vi trekker 1 dersom man ikke inkluderer batteriet i argumentet – altså at man ikke innser at batteriet er en del av kretsen.
- Vi trekker 1 hvis man ikke kommenterer, forklarer eller viser at man bruker Kirchoffs spenningslov.
- Vi trekker 1 hvis man ikke kommenterer eller bruker Faradays lov for spolen
- Vi trekker 1 hvis man har fått feil fortegn på differensial-likningen, fordi dette innebærer en svært ufysisk situasjon. Det gis ikke trekk om man kommenterer at man har fått feil fortegn.
- Vi trekker kun 0.5 hvis man har fått riktig differensial-likning, men finner en løsning som ikke er helt korrekt, slik som $I(t) = I_0 e^{-t/(L/R)}$, dersom man kommenterer at denne ikke kan være riktig.
- Vi trekker kun 1 hvis man ikke kan løse diff-likningen

Oppgave 4: Magnetfelt

Figuren viser en uendelig lang leder formet som et tynt sylinderskall med radius a. Det går en strøm I gjennom sylinderskallet i positiv z-retning. (Merk at dette er et uendelig tynt ledende sylinderskall og ikke en massiv sylinder).



a) Finn magnetfeltet $\mathbf{B}$ overalt i rommet, både innenfor og utenfor sylinderskallet med radius a.

Solution. Vi ser at systemet har sylindersymmetri. Magnetfeltet kan derfor ikke avhenge av z eller ϕ i sylinderkoordinater. Magnetfeltet kan ikke ha en r-komponent, fordi da ville $\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$ være forskjellig fra null. Magnetfeltet kan heller ikke ha en z-komponent fordi all strømmen er rettet i z-retningen. Magnetfeltet er derfor $\mathbf{B} = B_\phi(r)\hat{\boldsymbol{\phi}}$. Vi velger en Ampere-sløyfe i form av en sirkel med radius r omkring z-aksen og anvender Amperes lov. Strømmen gjennom denne Ampere-sløyfen er I når $r > a$ og null når $r < a$. Amperes lov gir da at

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = 2\pi r B_\phi = \mu_0 I$$

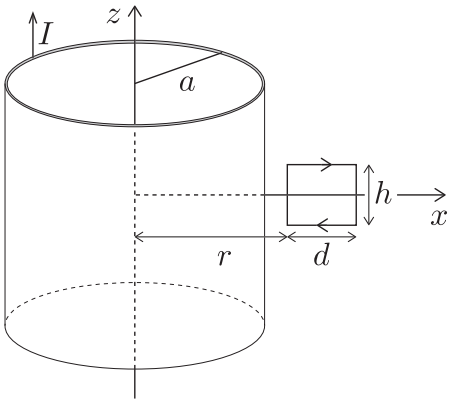
og dermed

$$B_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \, .$$

for $r > a$ og null for $r < a$.

Sensorveiledning. *Læringsmål: Magnetisk felt, Biot-savarts lov, Amperes lov*

- Vi gir 2 poeng for symmetrier og 3 poeng for Amperes lov
- Vi trekker 0.5 dersom man ikke begrunner at man bruker sylinderkoordinater og at feltet ikke kan avhenge av z eller ϕ
- Vi trekker 1 dersom man ikke begrunner at det ikke er noe felt langs z-aksen ut fra Biot-Savarts lov
- Vi trekker 1 dersom man ikke begrunner at det ikke er noe felt i r-retningen ut fra at divergensen til $\mathbf{B}$-feltet er null
- Vi trekker til sammen maks 2 poeng for manglende symmetri-betraktninger
- Vi trekker 1 om man setter inn areal i stedet for buelengde for linjeintegralet
- Vi gir 1 hvis man har forsøkt seg med Biot-Savarts lov, men ikke kommet noen vei (pluss inntil to poeng for symmetribetraktninger)
- Vi trekker 0.5-1 hvis man ikke har funnet eller argumentert for at feltet er null innenfor sylinderen
- Vi trekker inntil 1 for andre regnefeil ved bruk av Amperes lov



b) Vi plasserer en rektangular krets i xz-planet som vist i figuren. Avstanden fra z-aksen til den innerste delen av den rektangulære kretsen er r. Hva er den gjensidige induktansen, $L(r)$, mellom den sylinderformede lederen og den rektangulære kretsen som funksjon av r. (Husk å finne induktansen også for $r < a$).

Solution. Vi finner fluksen fra magnetfeltet satt opp av strømmen I gjennom sylinderskallet. Den er avhengig av at den rektangulære kretsen er utenfor a. Fluksen blir

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = -\int_r^{r+d} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I h}{2\pi} \ln((r+d)/r)$$

hvor vi har valgt positiv retning for den rektangular kresten i negativ ϕ-retning. Den gjensidige induktansen er derfor

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 h \ln((r+d)/r)}{2\pi}$$

Merk at hvis $r < a - d$ så er L null og hvis $a - d < r < a$ så er er $L = \frac{\mu_0 h \ln((r+d)/a)}{2\pi}$

Sensorveiledning. *Læringsmål: Fluks av magnetisk felt, induktans.*

- Vi trekker 1-2 hvis man ikke innser at feltet varierer med r i fluks-integralet
- Vi trekker 1 om man glemmer en faktor h fra z-retningen
- Vi trekker kun 1 for en regnefeil i integralet, hvis integralet er satt riktig opp
- Vi trekker 0.5 hvis man ikke har funnet svaret for $r < a - d$. Trekker 0.5 hvis man ikke har svaret for $a - d < r < a$ med mindre man påpeker at kretsen ikke kan skjære sylinderen

Oppgave 5: Endelige plan

Vi skal i denne oppgaven studere et system som består av endelige, kvadratiske plan.

a) Vi ser først på ett enkelt uendelig plan i xy-planet med ladningstetthet ρ. Vis at det elektriske feltet, $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_z \hat{\mathbf{z}}$, hvor E_z er gitt som

$$E_z = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} .$$

Solution. Vi bruker Gauss lov med en Gaussflate i form av en sylinderflate med endeflate S og høyde h plassert symmetrisk om xy-planet. Vi ser av symmetrien til systemet at det elektriske feltet kun kan ha komponenter i z retningen og at det elektriske feltet kun kan avhenge av z: $\mathbf{E} = E_z(z)$. Det er da ingen fluks ut av den buede sylinderflaten fordi det elektriske feltet ikke har noen komponenter i xy-retningene. De to endeflatene bidrar hver med en fluks SE_z. Ladningen innenfor volumet er ρS. Gauss lov gir derfor

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 2E_z S = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\rho S}{\epsilon_0}$$

og dermed

$$E_z = \frac{\rho}{2\epsilon_0}$$

Sensorveiledning. *Læringsmål: Gauss lov.*

- Trekk 0.5 for manglende symmetri-begrunnelse av at feltet kun kan avhenge av z
- Trekk 0.5 for manglede begrunnelsea av at feltet kun har en z-komponent
- Trekk 0.5 hvis Gauss-flaten ikke er lukket
- Trekk 0.5 hvis man ikke viser eller påpeker at normalvektoren peker utover både over og under xy-planet
- Gi 1 hvis man prøver å finne løsningen med Coloumbs lov, men ikke lykkes
- Gi 5 hvis man løser oppgaven korrekt med Coloumbs lov gjennom integrasjon

Eksempel. Til hjelp får du oppgitt et program som finner det elektriske feltet fra en sirkel-formet ladning i xy-planet. Sirkelen har en ladning Q og en radius a og det brukes N punkter langs sirkelen til å finne feltet. Programmet finner det elektriske feltet i et punkt $\mathbf{r}$ og visualiserer feltet i xz-planet.

```
import numpy as np
import scipy.constants as sc
def Efrasirkel(r,a,Q,N):
    E = np.array([0,0,0])
    for i in range(N):
        thetai = i/N*2*np.pi
        Qi = Q/N
        ri = np.array([a*np.cos(thetai),a*np.sin(thetai),0])
        R = r - ri
        E = E + Qi/(4*np.pi*sc.epsilon_0)*R/np.linalg.norm(R)**3
    return E
Lx, Lz, Nx, Nz = 2*a, 2*a, 25, 25
x = np.linspace(-Lx,Lx,Nx)
z = np.linspace(-Lz,Lz,Nz)
rx,rz = np.meshgrid(x,z,indexing="ij")
Ex = np.zeros_like(rx)
Ez = np.zeros_like(rz)
for ix in range(Nx):
    for iz in range(Nz):
        r = np.array([rx[ix,iz],0,rz[ix,iz]])
        Ex[ix,iz],Ey,Ez[ix,iz] = Efrasirkel(r,a,Q,N)
plt.quiver(rx,rz,Ex,Ez)
plt.xlabel("$x/a$"), plt.ylabel("$z/a$")
plt.axis("equal")
```

b) Vi skal nå se på et enkelt endelig plan som ligger parallelt med xy-planet og går gjennom punktet $(0, 0, z_0)$. Planet har dimensjoner $2a \times 2a$ og har en ladning Q. Du kan anta at planet er uendelig tynt og at systemet er i vakuum. Skriv en funksjon

`Efraplan(r,z0,a,Q,Nx,Ny)` som finner det elektriske feltet fra det endelige planet i et punkt `r`. Du kan anta at du bruker `Nx*Ny` punkter til å beskrive planet.

Sensorveiledning. *Læringsmål: Superposisjon og elektrisk felt, Coloumbs lov, numerisk løsning.*

- Trekker 0.5 poeng dersom man har glemt prefaktoren $1/(4\pi\epsilon_0)$
- Gir kun 1 poeng dersom man kun har brukt en ladning
- Gir ingen poeng hvis man kun har brukt det oppgitte eksempelprogrammet uten meningsfull modifikasjon
- Trekker 0.5 poeng hvis planet ikke er riktig plassert i z0
- Trekker 0.5 poeng hvis planet ikke er riktig plassert i xy-planet
- Trekker 0.5 hvis ri ikke er skalert med a (kun er satt til indeksen)
- Trekker 0.5 poeng hvis $\mathbf{R}$-vektor ikke er riktig regnet ut
- Trekker 0.5 poeng hvis dq ikke er riktig regnet ut
- Trekker 1 poeng hvis man har glemt å dele på R^2 eller R^3
- Trekker 0.5 poeng hvis man definerer for-løkken feil/kun har en for-løkke
- Trekker 1 for å bruke noe annet enn Coloumbs lov for dE.
- Gir 1-2 hvis man summerer bidrag fra uttrykket fra oppgave a og f.eks. bruker en konstant verdi for r eller ri

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# øLsning
def Efraplan(r,z0,a,Q,Nx,Ny):
    E = np.array([0,0,0])
    Qi = Q/(Nx*Ny)
    for ix in range(Nx):
        xi = -a+ix/Nx*2*a
        for iy in range(Ny):
            yi = -a+iy/Ny*2*a
            ri = np.array([xi,yi,z0])
            R = r - ri
            E = E + Qi/(4*np.pi*sc.epsilon_0)*R/np.linalg.norm(R)**3
    return E
```

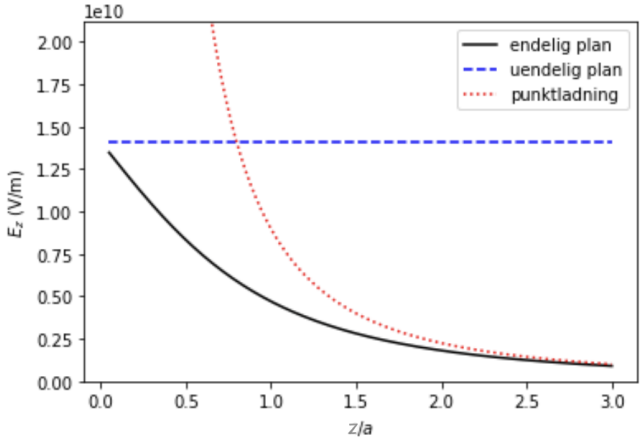
c) Skriv et program for å sammenlikne det elektriske feltet fra programmet `Efraplan` med resultatet fra det uendelig store planet. Gjør sammenlikningen langs z-aksen. Programmet skal også sammenlikne med en punktladning med ladning Q i origo.

```
z_num = np.linspace(0.05*a,3*a,200)
Ez_num = np.zeros_like(z_num)
for i in range(len(z_num)):
    r = np.array([0,0,z_num[i]])
    Ex_tmp,Ey_tmp,Ez_num[i] = Efraplan(r,0.0,a,Q,N,N)
plt.plot(z_num,Ez_num,label="num")
Ez_teori = (Q/(2*a*2*a))/(2*sc.epsilon_0)
Ez_punkt = Q/(4*np.pi*sc.epsilon_0*z_num**2)
plt.plot(z_num,Ez_teori*np.ones(len(z_num)),label="teori")
plt.plot(z_num,Ez_punkt*np.ones(len(z_num)),label="punkt")
plt.ylim([0,np.max([Ez_num[0],Ez_teori*1.5])])
plt.xlabel("$z/a$"), plt.ylabel("$E_z$ (V/m)")
plt.legend()
```

Sensorveiledning. *Læringsmål: Superposisjon og elektrisk felt, Coloumbs lov, numerisk løsning.*

- 2 poeng for å bruke Efraplan korrekt
- Trekk 1 hvis man ikke bruker riktig verdi for z0
- Trekk 1 hvis man ikke finner verdier langs z-aksen
- +1 poeng hvis man legger inn det riktige analytiske uttrykket
- +1 poeng hvis man legger inn det riktige uttrykket for en punktladning
- Trekk 1 hvis man ikke plotter riktig
- Trekk 0.5 hvis man ikke har enheter på aksene eller f.eks. z/a

d) Resultatet av programmet er vist i figuren. Kommenter resultatet kort.



Solution. Vi ser at resultatene sammenfaller svært nær planet. Det er kun i dette området at planet kan tilnærmes som et uendelig plan, så det er rimelig. Vekk fra planet faller det elektriske feltet fra det endelige planet, mens det elektriske feltet fra det uendelige planet er uniformt. Vi ser at lengre vekk fra det endelige planet oppfører feltet fra det endelige planet seg som feltet fra en punktladning, fordi et endelig plan vil se ut som en punktladning når man bare er tilstrekkelig langt unna.

Sensorveiledning. *Læringsmål: Forståelse og tolkning av plot av resultater. Elektrisk felt. Asymptotisk løsning. Modellering og forenkling.*

- Gir 2 hvis man forklarer at punktladning og endelig plan bør være sammenfallende for store avstander
- Gir 1 hvis man kommenterer at punktladning oppfører seg annerledes enn endelig plan for små avstander (går mot uendelig)
- Gir 2 hvis man kommenterer at endelig og uendelig plan er like for små avstander med en kort begrunnelse
- Gir 1 for en god fysisk forklaring
- Vi bruker også skjønn for å vurdere hvordan man bruker fysikkforståelse til å kommentere resultatet
- Merk at E_z ikke faller eksponensielt, men som en potens-lov, slik vi har sett gjennom hele Fys1120. Vi har ikke trukket for en kommentar om at feltet faller eksponensielt denne gangen.