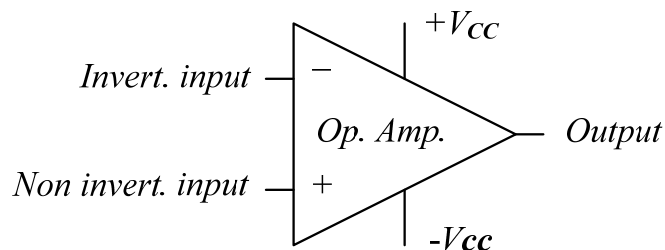


# Operasjonsforsterkere (Paynter kap.22)



Betegnelsen på forsterker som bl.a. kan brukes til å utføre analoge regneoperasjoner som addisjon, multiplikasjon, integrasjon osv. Tidligere mye brukt i analoge regnemaskiner.

## Egenskaper

- 1) Meget stabil (bl.a. mht. temperatur, - drift og lignende)
- 2) Stor forsterkning ( $A_v = 10^5 - 10^6$ ) DC-koplet
- 3) Høy inngangsmotstand  $R_{in}$  - Lav utgangsmotstand  $R_{out}$
- 4) Kontrollert fasegang – Dvs. tåler sterk tilbakekopling
- 5) Differansekopling på inngangen



NASA 1949  
Analog computer

1960 EAI model 231-R,  
GMPG Noise and  
Vibration Laboratory



# Operasjonsforsterkere

Tre viktige parametere :  $R_i$  ,  $R_o$  ,  $A_v$

$$R_i > 1 \text{ M}\Omega \quad R_o < 100 \ \Omega \quad A_v > 10^5$$

Signalsymboler :

$v_i$  = input signal til forsterker

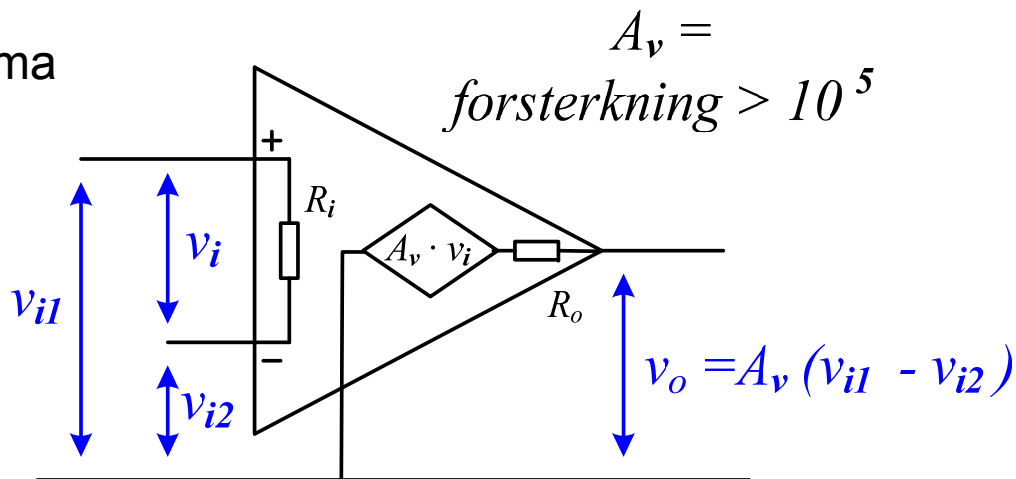
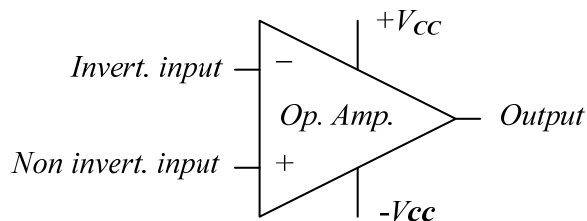
$v_s$  = signalspenning inn til kretsen

$v_o$  = output signal



Historiske OpAmps fra Philbrick  
Bygget opp av "radiatorer" – hvert "rør"  
inneholder 2 forsterkere (2 stk. trioder)

## Ekvivalentskjema

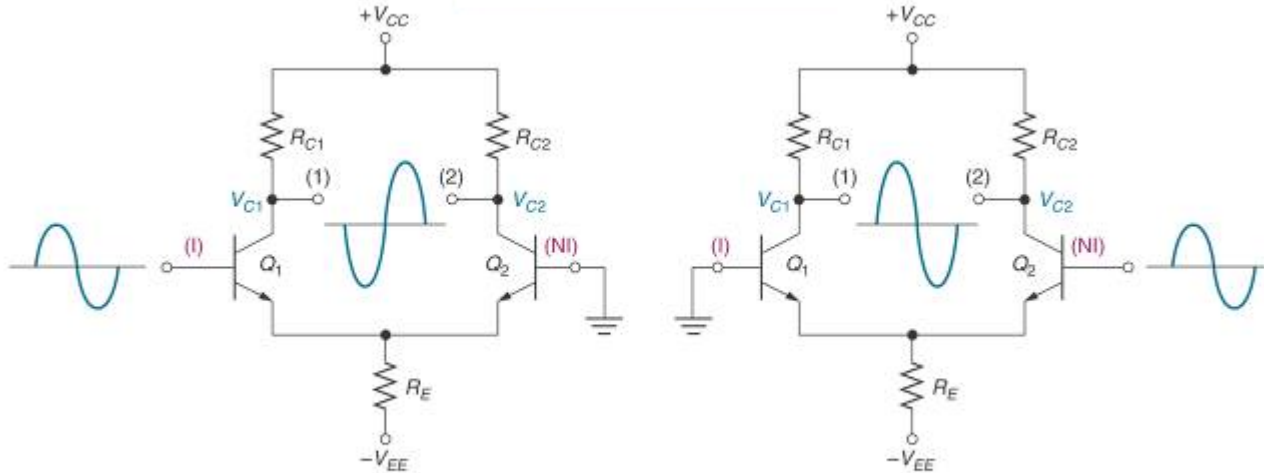


# Operasjonsforsterkere

*Differansetrinn på inngangen*

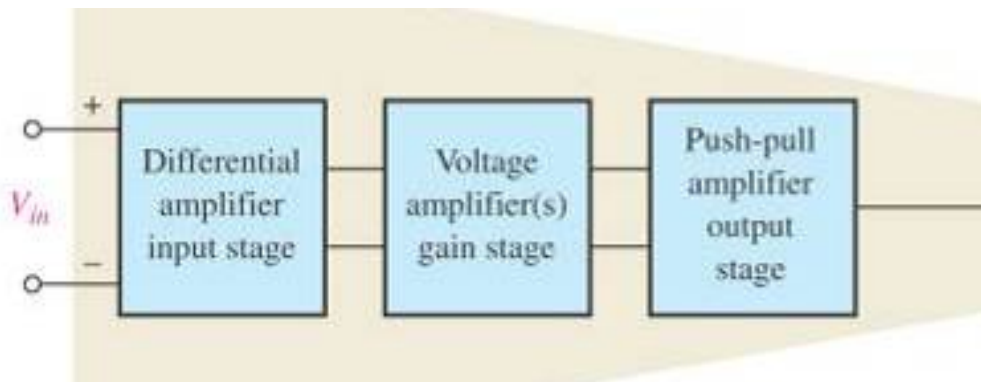
*Push-Pull klasse AB forsterker på utgangen*

Signalene på kollektor er målt på pin (1) - med pin (2) som referanse



( a ) Inverterende input

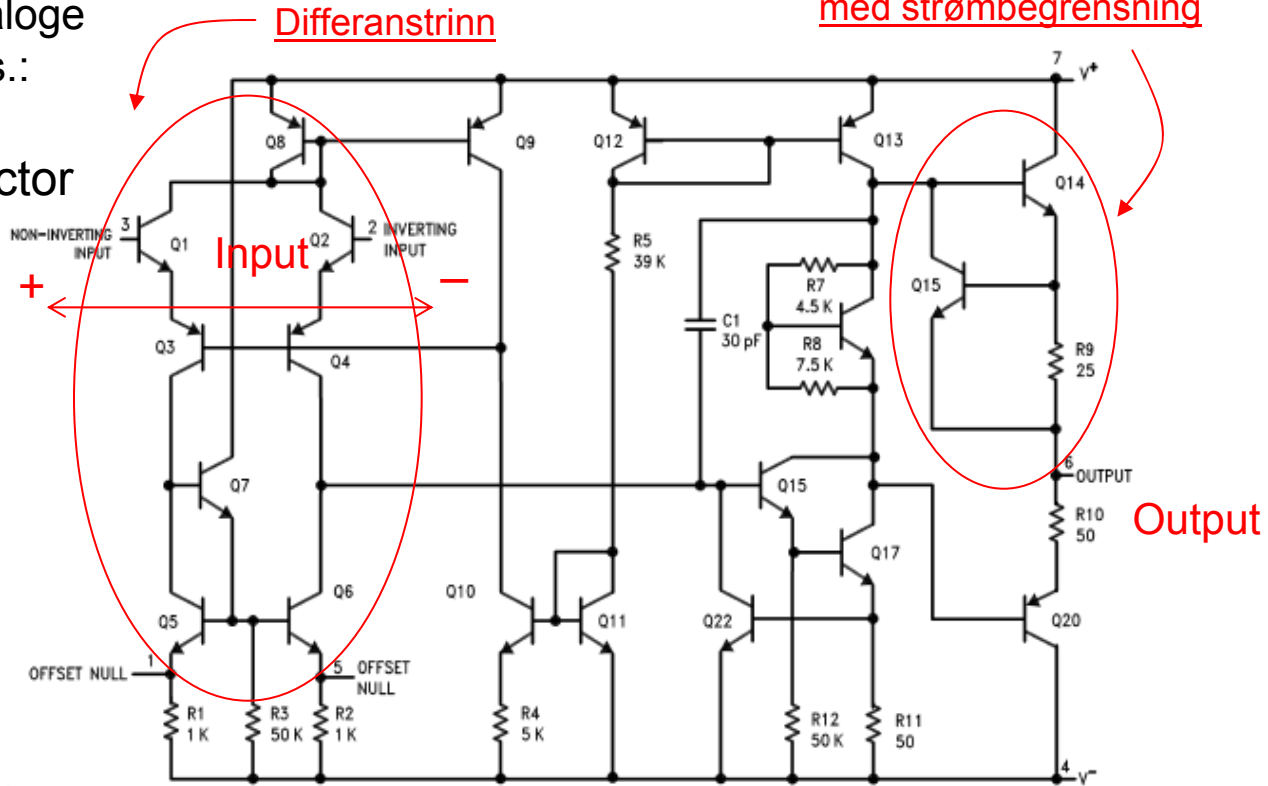
( b ) Ikke-inverterende input



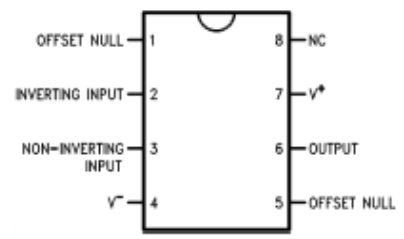
# Operasjonsforsterkere

Relativt komplekse analoge integrerte kretser. Eks.:  
LM741  
National Semiconductor

Push-pull klasse AB med strømbegrensning



Dual-In-Line or S.O. Package



Order Number LM741J, LM741J/883, LM741CN  
See NS Package Number J08A, M08A or N08E

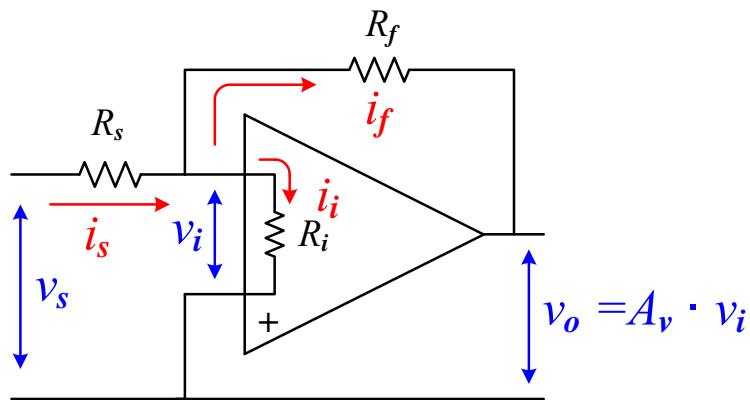
Parameter	Conditions	LM741A			LM741			LM741C			Units
		Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
Large Signal Voltage Gain	$T_A = 25^\circ\text{C}$ , $R_L \geq 2\text{ k}\Omega$	50			50	200		20	200		V/mV
	$V_S = \pm 20\text{V}$ , $V_O = \pm 15\text{V}$										
Bandwidth (Note 6)	$T_A = 25^\circ\text{C}$	0.437	1.5			0.5					MHz
Slew Rate	$T_A = 25^\circ\text{C}$ , Unity Gain	0.3	0.7			0.5		0.5			V/ $\mu\text{s}$
Supply Current	$T_A = 25^\circ\text{C}$					1.7	2.8	1.7	2.8		mA

# Operasjonsforsterkere

Behandler i detalj 3 koplinger med operasjonsforsterker

1. *Inverterende forsterker*
2. *Ikke inverterende forsterker*
3. *Integratorkopling*

## Inverterende forsterker



Knutepunkt på inngangen:

$$i_s = i_i + i_f \quad (1)$$

$$\frac{v_s - v_i}{R_s} = \frac{v_i}{R_i} + \frac{v_i - v_o}{R_f} \quad (2)$$

Ønsker et uttrykk for forsterkningen :  $A_{vf} = \frac{v_o}{v_s}$

Har gitt at  $v_o = A_v \cdot v_i$  setter inn for  $v_i$  i likning 2 – ordner og løser mhp  $A_{vf}$

$$A_{vf} = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_f}{R_s} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{A_v} \left( \frac{R_f}{R_s} + \frac{R_f}{R_i} + 1 \right)}$$

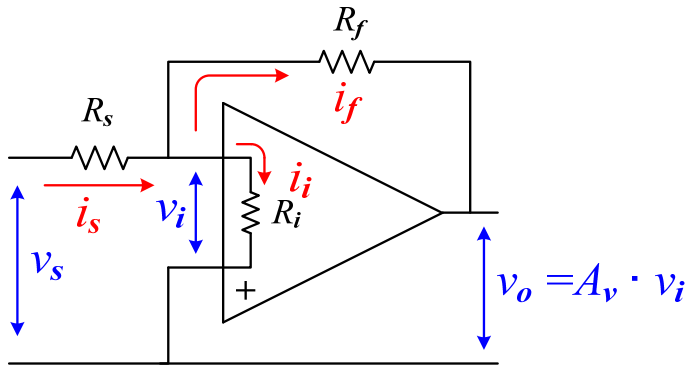
Når  $A_v \gg 1$

$$A_{vf} = -\frac{R_f}{R_s}$$

# Operasjonsforsterkere

## Inverterende forsterker

$$A_{vf} = -\frac{R_f}{R_s}$$



Hvor god er denne approksimasjonen ?

Vi antar  $A_v = -10^5$  og  $R_i = 1\text{ M}\Omega$

Velger  $R_s = 1\text{ k}$  og  $R_f = 100\text{ k}$

$$A_{vf} = -\frac{R_f}{R_s} = -\frac{100}{1} = -100 \quad (1.\text{approximasjon})$$

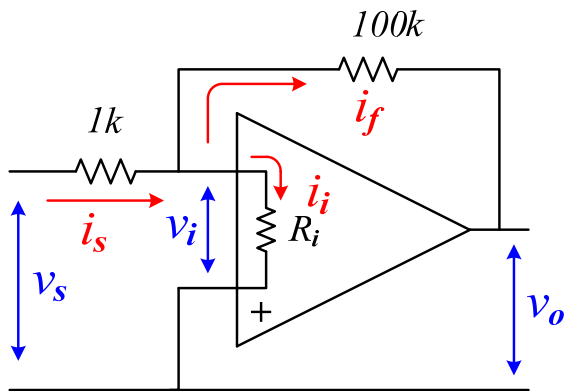
$$A_{vf} = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_f}{R_s} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{A_v} \left( \frac{R_f}{R_s} + \frac{R_f}{R_i} + 1 \right)} = -100 \frac{1}{1 + 10^{-5} (100 + 0,1 + 1)} = -99,9$$

Det betyr : *Hvis vi har et avvik i  $A_v$  på for eksempel +/- 20% så vil  $A_{vf}$  bare endre seg med +/- 0,02 %*

*Vi ser at kraftig negativ tilbakekopling (feedback) lineæriserer systemet – ( På samme måte som for en BJT forsterker med emittermotstand )*

# Operasjonsforsterkere

## Inverterende forsterker



Hvor stor er  $v_i$  ? Dvs. spenningen på inverterende input.

Antar  $v_s = 0,1$  volt  $\rightarrow v_o = -10$ volt

$$v_i = \frac{v_o}{A_v} = \frac{10}{10^5} = 100\mu V \quad (0,0001 \text{ volt})$$

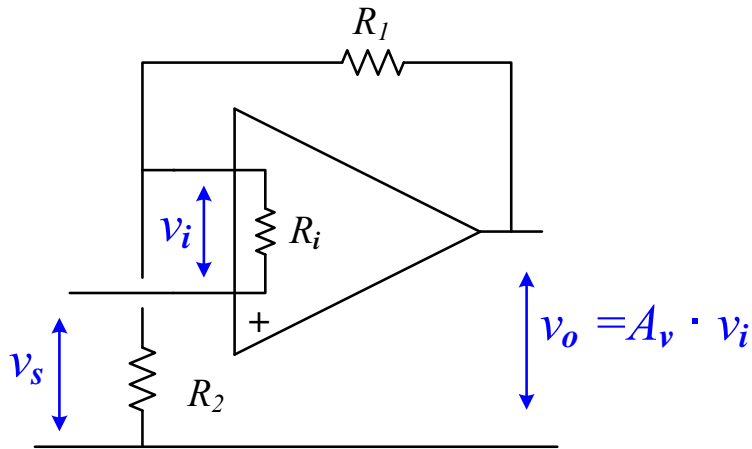
Inngangen på en inverterende forsterker kan betraktes som et *Virtuelt nullpunkt.*

Inngangsmotstanden til en inverterende forsterker bestemmes av seriemotstanden  $R_s$  (*Her er  $R_s = 1k$* )

*Husk ! Skal forsterkeren brukes til eksperimentelle målinger på ukjente signalkilder kan størrelsen på inngangsmotstanden påvirke måleresultatet. Skal vi måle på signalkilder med stor (høy) indre motstand (nerveceller) - er det viktig at inngangsmotstanden til måleforsterkeren er stor – mye større en kildemotstanden. Forsterkere med "lav" motstand kan fort "belaste" kilden så mye at måleresultatet blir usikkert.*

# Operasjonsforsterkere

*Ikke-inverterende forsterker – ( forsterker uten fasevending )*

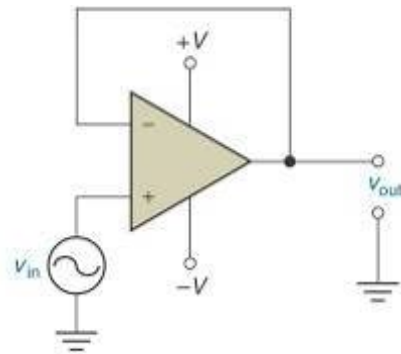


$$v_i \approx 0 \Rightarrow i_i \approx 0$$

$$v_2 = v_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} = v_s + v_i \approx v_s$$

$$A_{vf} = \frac{v_o}{v_s} \approx \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} + 1$$

*Inngangsmotstanden til en ikke-inverterende forsterker er stor – bestemmes av Ri ( størrelsesorden 10<sup>6</sup> Ω )*



*Kretsen til venstre kalles en spenningsfølger..*

*Signalet på utgangen er identisk lik signalet på inngangen.*

*Signalkilden på inngangen ser inn mot en meget stor motstand ( Ri ) –*

*Utgangstrinnet til en opamp. har meget lav indremotstand ( Rout ) og*

*kan levere dette signalet videre til kretser med relativt lav Rinn. Denne*

*koplingen kan godt brukes som "front end" på et måleinstrument. En*

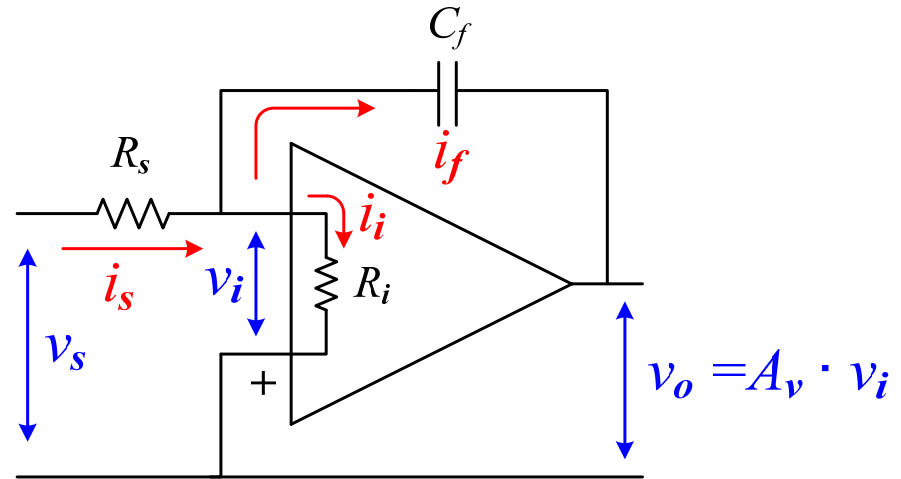
*Spenningsfølger kan betraktes som en impedanstransformator – på*

*samme måte som en emitterfølger ( se under BJT )*



# Operasjonsforsterkere

## Integratorkopling



Knutepunkt på inngangen:

$$i_s = i_i + i_f$$

$$\frac{v_s - v_i}{R_s} = \frac{v_i}{R_i} + i_f \quad \text{?} \quad i_f = \text{Strøm} = \text{ladning} / \text{tidsenhet (s)} = q / t \quad \left( \frac{dq}{dt} \right)$$

Spenningen på en kondensator :  $v_c = \frac{q}{C}$  (Deriverer)

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_f \Rightarrow i_f = C \cdot \frac{dv_c}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt}(v_i - v_o) \approx -C \frac{dv_o}{dt}$$

$$\frac{v_s - v_i}{R_s} = \frac{v_i}{R_i} - C \frac{dv_o}{dt} \quad \text{antar } v_i = 0 \Rightarrow \frac{v_s}{R_s} = -C \cdot \frac{dv_o}{dt}$$

$$\frac{v_s}{R_s} = -C \cdot \frac{dv_o}{dt}$$

Integrerer på begge sider ..  
R<sub>s</sub> og C er konstanter



$$v_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_s dt$$

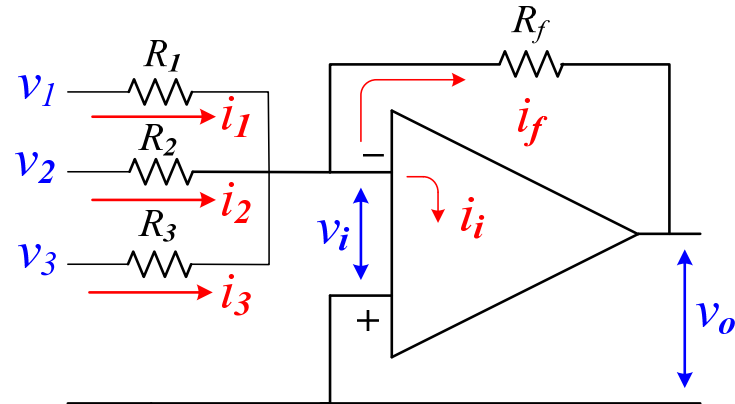
# Operasjonsforsterkere

## Addisjon

Se på strømmene inn til knutepunktet

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_f + i_i$$

Antar  $v_i = 0 \rightarrow i_i = 0$  (virtuelt nullp.)



$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \cong -\frac{v_o}{R_f} \Rightarrow v_o = -\left( v_1 \frac{R_f}{R_1} + v_2 \frac{R_f}{R_2} + v_3 \frac{R_f}{R_3} \right)$$

Bidraget som hver av signalspenningene får på utgangssignalet  $v_o$  – bestemmes av forholdet mellom tilbakekoplingsmotstanden  $R_f$  og seriemotstanden til signalkilden.

Eksempel : Denne koplingen brukes i lydмиксеbord. Tenk deg 3 mikrofon- innganger - seriemotstandene bestemmer styrken på mikrofonlydens bidrag i sumsignalet  $v_o$

Addisjon med invertering og vekt  $\left( \frac{R_f}{R_n} \right)$  Hvis  $R_1 = R_2 = R_3 = R_f$

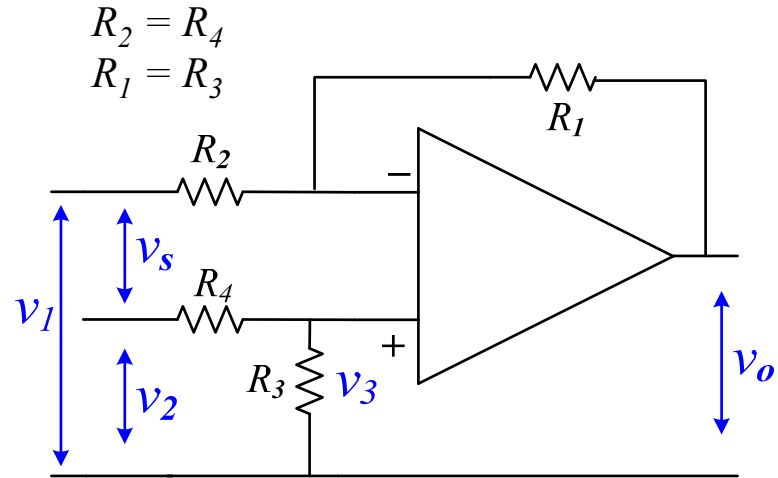
$$v_o = - ( v_1 + v_2 + v_3 ) \quad \text{Ren addisjon med invertering}$$

# Operasjonsforsterkere

## Differanseforsterker

Regner med en ideell OPAMP

For å finne utgangssignalet  $v_o$  ser vi på hver av inngangene alene – dvs. **superposisjonsprinsippet**



a)  $v_1$  alene ( $v_2 = 0$ ) dvs. vi har en inverterende forsterker  $v_{o1} = -\frac{R_1}{R_2} v_1$

b)  $v_2$  alene ( $v_1 = 0$ ) dvs. ikke inverterende forsterker

$$v_3 = \frac{R_3}{R_4 + R_3} \cdot v_2 \quad v_{o2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot v_3 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot \frac{R_3}{R_4 + R_3} \cdot v_2$$

Summerer bidragene fra a) og b)

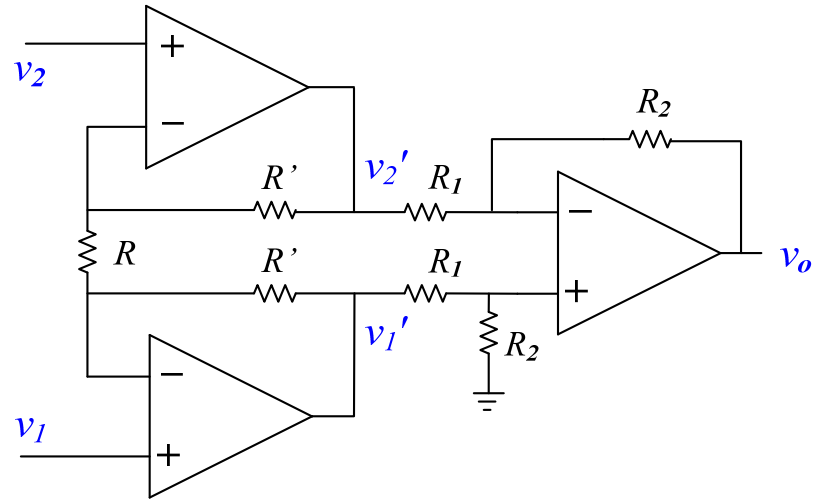
$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot v_1 + \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_4 + R_3)} \cdot v_2 \quad \text{Når } \begin{matrix} R_2 = R_4 \\ R_1 = R_3 \end{matrix} \text{ blir } v_o = \frac{R_1}{R_2} (v_2 - v_1)$$

Hvis alle motstandene er like store  $v_o = v_2 - v_1$

# Operasjonsforsterkere Instrumenteringsforsterker

Forsterkningen justeres med R  
Inngangsmotstanden til gode  
instrumenteringsforsterkere > 10<sup>6</sup>

$$\underline{v_o = \left(1 + \frac{2R'}{R}\right) \cdot \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)}$$



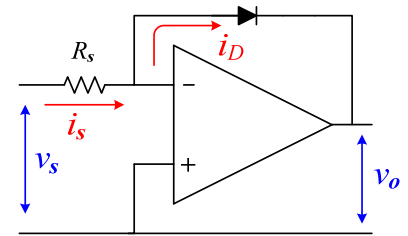
# Operasjonsforsterkere - ikke lineær operasjon Logaritmisk forsterker

Diodestrømmen  $i_D = I_s (e^{v_D/nV_T} - 1) \cong I_s (e^{v_D/nV_T})$

Skal vise at  $v_o$  er proporsjonal med  $\log v_i$  ( $n=1$ )

$i_s = \frac{v_s}{R} = i_D$  fordi  $v_D = -v_o$   $v_s = R \cdot I_s e^{-v_o/V_T}$  tar log på begge sider

$\ln v_s = \ln R I_s - \frac{v_o}{V_T}$  Under forutsetning at  $\ln R I_s$  er ubetydelig – justerer R slik at  $R I_s \approx 1$



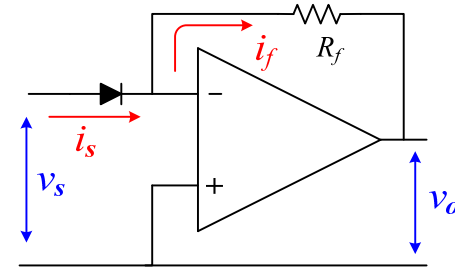
$$v_o = -V_T \cdot \ln v_s$$

## Operasjonsforsterkere - ikke lineær operasjon

### Eksponentialforsterker

$$i_s \cong i_f = I_s \cdot e^{v_D/V_T} \quad \text{vi ser at } v_D = v_s$$

$$v_o = -i_f \cdot R_f \approx -R_f \cdot I_s \cdot e^{v_s/V_T}$$



## Operasjonsforsterkere - ikke lineær operasjon

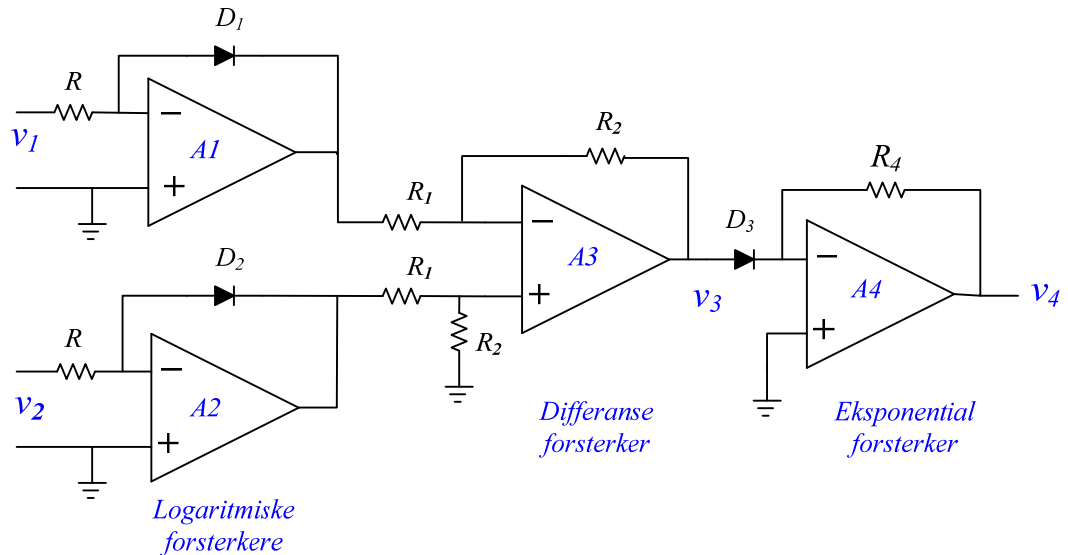
### Analog divisjon

$$v_3 = K_1 \cdot (\ln(v_2) - \ln(v_1))$$

$$v_3 = K_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

⇓

$$v_4 = -K_2 \cdot \frac{v_2}{v_1}$$



# Operasjonsforsterkere - ikke lineær operasjon

## Simulering av mekanisk system – løser 2.ordens diff. likning

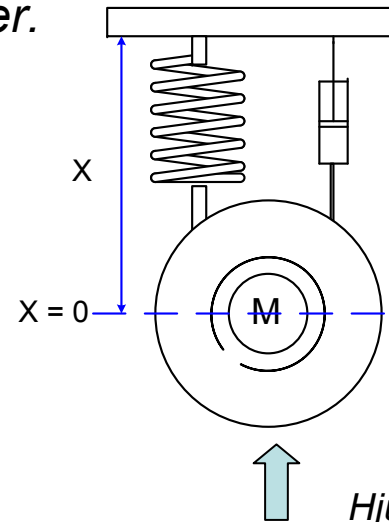
Masse opphengt i fjær og støtdemper.  
 Massen påvirkes av en kraft  $f(t)$   
 $x$  = posisjonsavviket fra likevekt

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + bx = f(t)$$

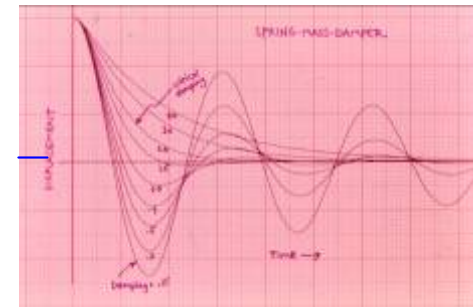
$bx$  = kraften fra fjæra

$a\dot{x}$  = dempningen i støtdemper

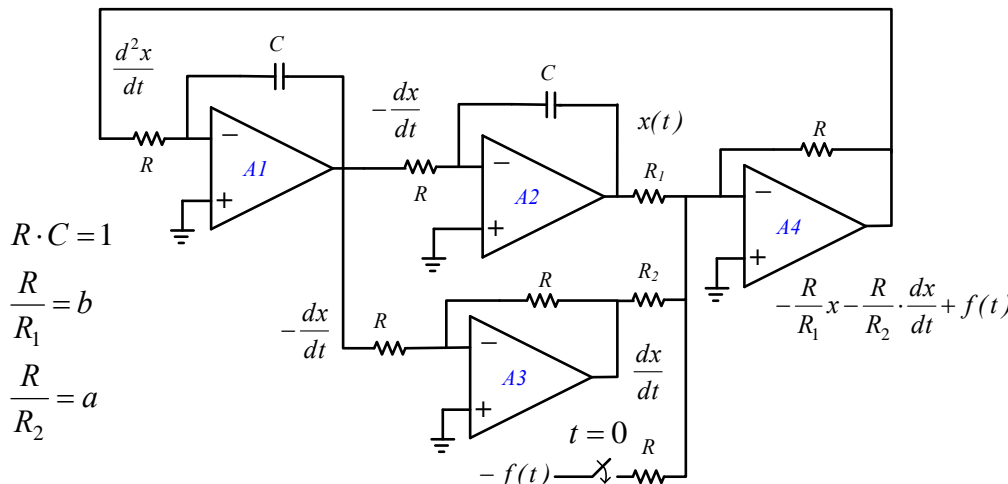
$M\ddot{x}$  = kraft = masse · aksellerasjon



Hjuloppheng - fjær + støtdemper



Hjulet påvirkes av en ytre kraft  $f(t)$



# Operasjonsforsterkere - Frekvensforløp

**Bode - diagram** beskriver amplitude og faseforløp. De to diagrammene "henger sammen"

Operasjonsforsterkeren har størst forsterking for DC – så faller den med 20 dB pr. dekad.

Båndbredden bestemmes av forsterkningen ( $A_v$ ).  $A_v = 100$  (40dB) resulterer i en øvre grensefrekvens på 10 kHz.

Reduserer vi forsterkningen til 10 ganger (20dB) – øker båndbredden til 100 kHz.

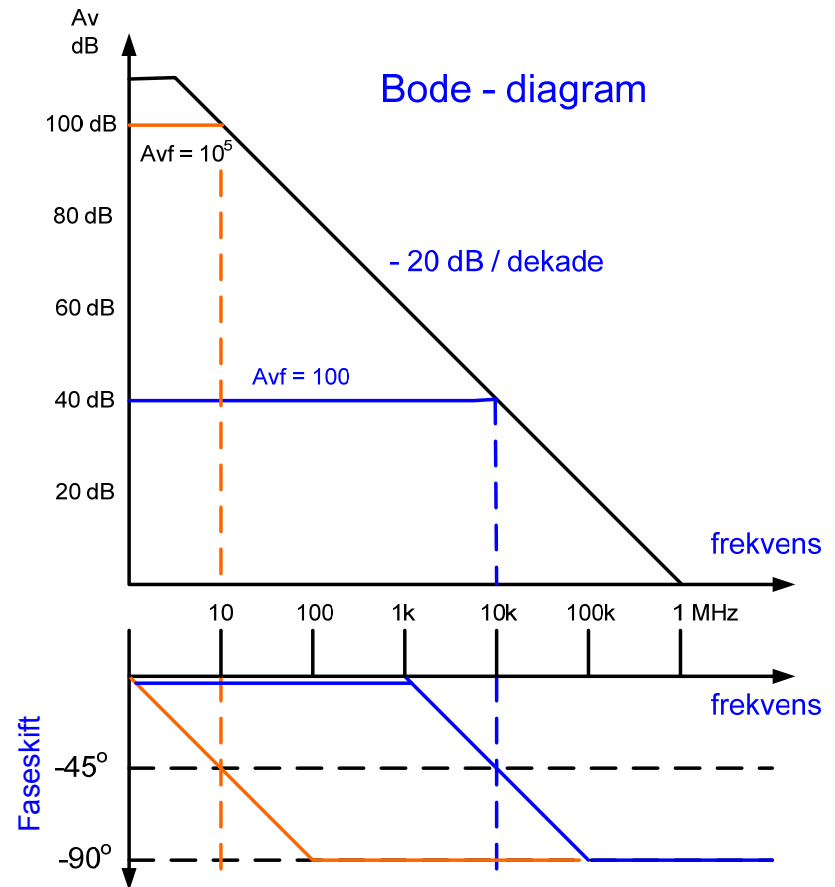
Ved grensefrekvensen ( $f_g$ ) har vi et faseskift på  $45^\circ$ . Faseskiftet starter en dekad før – og ender med  $90^\circ$  faseskift en dekad etter  $f_g$ .

## Gain Bandwidth Product – GBW

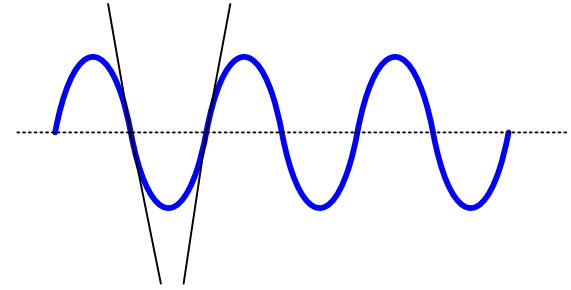
Produsentene oppgir GBW ved  $A_v = 1$

Det betyr at en operasjonsforsterker med oppgitt  $GBW = 1\text{MHz}$  vil med  $A_v = 100$  (40dB) ha en båndbredde (BW) på 10 kHz.

$GBW 1\text{MHz} = 100 (A_v) \cdot 10\,000\text{ (BW)}$  ( Forsterkningen multiplisert med båndbredden = GBW )



# Operasjonsforsterkere - Frekvensforløp – stighetshastighet - slew rate



**Slew rate** ( s ) er et mål på forsterkerens evne til å reagere på spenningsvariasjoner  
**S** er øvre grense for utgangsspenningens variasjonshastighet.

Skal vi ha forvrengningsfri forsterkning av et sinusformet signal er betingelsen:

$$s \geq (du(t)/dt)_{max} \quad \text{der } u(t) = U \cdot \sin(2\pi f t)$$

$$\text{deriverer } dU/dt = 2\pi f \cdot U \cdot \cos(2\pi f t)$$

Maksimalverdien til  $U'(t)$  avhenger både av utgangsspenningens amplitude  $U$  og frekvensen.

Den deriverte er maks når  $\cos(\omega t) = 1$   $S \geq 2\pi f U$

Eksempel

Forsterkeren 741 har  $S = 0,5$  volt/ $\mu$ s

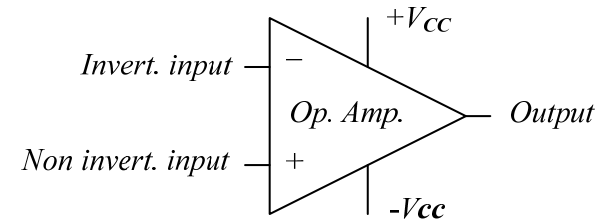
Hva blir høyeste frekvens forsterkeren kan levere med amplitude  $U_{pk} = 1$  volt ?

$$f_{max} = \frac{slew\ rate}{2\pi U_{pk}} = \frac{0,5 \cdot 10^6}{6,28 \cdot 1} \cong 80\text{kHz}$$

Hvis amplituden  $U_{pk}$  øker til 10 volt blir  $f_{max}$  redusert til 8 kHz



# Operasjonsforsterkere - Common Mode Rejection Ratio - **CMRR**



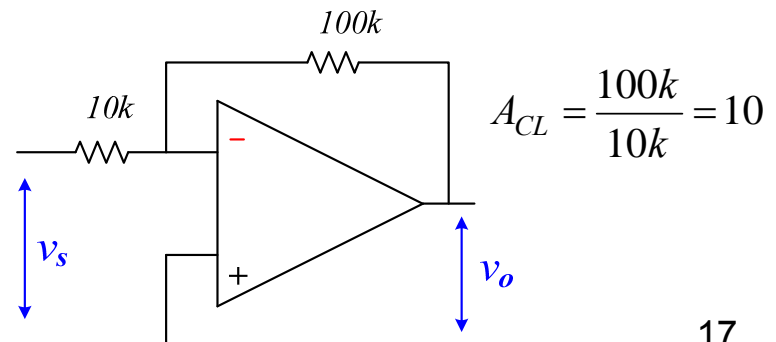
I en ideell operasjonsforsterker skal utgangsspenningen  $v_o$  bare være avhengig av differansesignalet ( $v_1 - v_2$ ).  
 $v_o$  skal være uavhengig av fellessignalet. (Common mode)

I en "virkelig" op.amp. finner vi alltid en liten rest av fellessignalet på utgangen. Hvis differansesignalet forsterkes med en faktor 1500 og fellessignalet (common mode) dempes med en faktor 0,01 –  
 Da blir

$$CMRR = \frac{A_v(\text{differential})}{A_v(\text{common mode})} = \frac{1500}{0,01} = 150\,000 \quad (103,5\text{dB})$$

Hvis vi har en inverterende forsterker med "closed loop gain" på 10 – og en "common mode" gain (dempning) på 0,01 – da blir CMRR for kretsen :

$$CMRR = \frac{A_{CL}}{A_{CM}} = \frac{10}{0,01} = 1000 \quad (60\text{dB})$$



# Operasjonsforsterkere - Offset – spenning og Offset – strøm

## Input Offset voltage (avviksspenning)

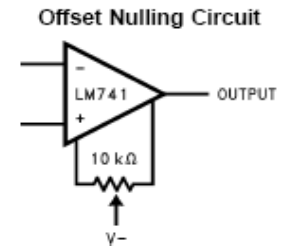
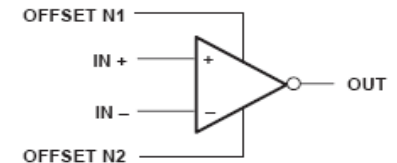
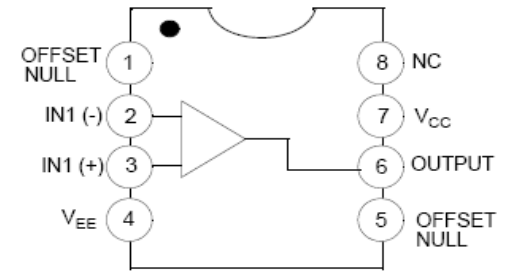
Utgangsspenningen  $v_o$  vil ofte ikke være 0 når begge inngangene koples til jord. ( Diff.signal = 0 )

Mange forsterkere – som for eksempel LM741 - har derfor ekstra kopleingspinner til et justerings- potmeter slik at  $v_o$  kan "nulles ut" – offset justering ( pin 1 og pin 5 på figuren til høyre – offset null )

$$v_o = A(v_1 - v_2 + \Delta v_{offset}) \quad v_o = 0 \quad \text{når} \quad v_1 - v_2 = -\Delta v_{offset}$$

Input Offset Voltage kan deles opp i en konstant  $\Delta v_o$  og tre varierende avviksspenninger ..  $\Delta v_t$ ,  $\Delta v_T$  og  $\Delta v_m$

– avvik pga. temperatur, tid (elding) og forspenning



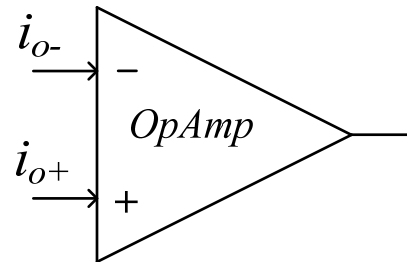
( $V_{CC} = 15V$ ,  $V_{EE} = -15V$ ,  $T_A = 25^\circ C$ , unless otherwise specified)

Parameter	Symbol	Conditions	Min.	Typ.	Max.	Unit
Input Offset Voltage	$V_{IO}$	$R_S \leq 10k\Omega$	-	2.0	6.0	mV
		$R_S \leq 50\Omega$	-	-	-	
Input Offset Voltage Adjustment Range	$V_{IO(R)}$	$V_{CC} = \pm 20V$	-	$\pm 15$	-	mV
Input Offset Current	$I_{IO}$	-	-	20	200	nA
Input Bias Current	$I_{BIAS}$	-	-	80	500	nA
Input Resistance (Note 1)	$R_i$	$V_{CC} = \pm 20V$	0.3	2.0	-	M $\Omega$

# Operasjonsforsterkere - Offset – spenning og Offset – strøm

## Offset strøm

Skal utgangsspenningen skal bli null må hver av inngangene tilføres noe strøm



Produsentene oppgir 2 størrelser :

- 1) *Input Offset Current* ( $I_{IO}$ ) *Differansen mellom  $i_{o-}$  og  $i_{o+}$   $\rightarrow (i_{o-} - i_{o+})$*
- 2) *Input Bias Current* ( $I_{BIAS}$ ) =  $\frac{i_{o-} + i_{o+}}{2}$  (*Hvilestrømmen – middelveiden*)

( $V_{CC} = 15V$ ,  $V_{EE} = -15V$ ,  $T_A = 25^\circ C$ , unless otherwise specified)

Parameter	Symbol	Conditions	Min.	Typ.	Max.	Unit
Input Offset Voltage	$V_{IO}$	$R_S \leq 10k\Omega$	-	2.0	6.0	mV
		$R_S \leq 50\Omega$	-	-	-	
Input Offset Voltage Adjustment Range	$V_{IO(R)}$	$V_{CC} = \pm 20V$	-	$\pm 15$	-	mV
Input Offset Current	$I_{IO}$	-	-	20	200	nA
Input Bias Current	$I_{BIAS}$	-	-	80	500	nA
Input Resistance (Note1)	$R_I$	$V_{CC} = \pm 20V$	0.3	2.0	-	M $\Omega$

## Operasjonsforsterkere - Eksempler

### Sammenlikner LM741 og LT1028

Parameter	LM741	LT1028
Input Offset Voltage	1 mV	10 $\mu$ V
Input Bias Current	80 nA	40 nA
Input resistance	2 M $\Omega$	300 M $\Omega$
Large voltage gain	200 000	$7 \cdot 10^6$
CMRR	90 dB	120 dB
Slewrate	0,5 V/ $\mu$ s	11 V/ $\mu$ s
Gain Bandwidth	1 MHz	50 MHz (min)

*LT1028 er en relativt ny forsterker - beregnet for bl.a. audio. Meget støysvak.*

*“The LT1028/LT1128’s voltage noise is less than the noise of a 50  $\Omega$  resistor. Therefore, even in very low source impedance transducer or audio amplifier applications, the LT1028/LT1128’s contribution to total system noise will be negligible.”* - Fra datablad - Linear Technology

Termisk støy i en motstand  $\bar{v}_n^2 = 4k_B \cdot T \cdot R$   $v_n = \sqrt{\bar{v}_n^2} \sqrt{\Delta f} = \sqrt{4k_B T \cdot R \cdot \Delta f}$

“Tommelregel” : 50  $\Omega$  med 1 Hz båndbredde gir 1 nV støy ved 300K. (romtemp.)

1 k $\Omega$  ved 300K - og båndbredde 10kHz gir en RMS støyspenning på 400 nV