

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FY 105 - Svingninger og bølger

Eksamensdag: 11. juni 2003

Tid for eksamen: Kl. 0900 - 1500

Tillatte hjelpemidler: Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikken
Rottman: Matematisk formelsamling
To A4-ark med egne notater (kan skrives på begge sider)
Elektronisk kalkulator av godkjent type

Oppgavesettet er på 5 sider

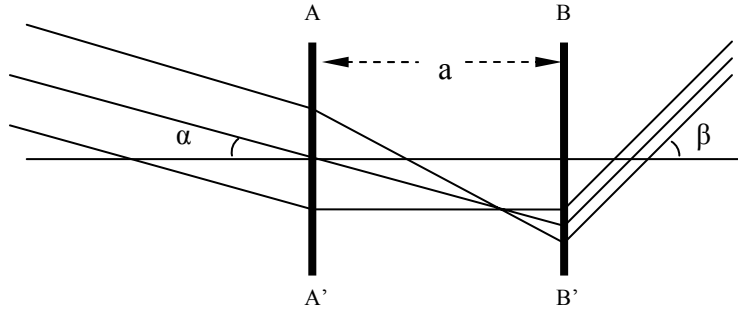
Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene

Oppgave 1

Linseformelen for en tynn linse med fokallengde f , objektavstand s_1 og bildeavstand s_2 er

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f}$$

- a) Forklar, gjerne med en skisse, betydningen av begrepet virtuelt bilde.
- b) Vi lar linsen være en konvergerende linse (samlelinse) med objektet i avstand $s_1 = 2f$ fra linsen. Hva er bildets posisjon? Illustrer svaret med en figur. Hva er bildeforstørrelsen? Besvar de samme spørsmålene også for et objekt i avstand $s_1 = f/3$. Avgjør om bildet er reelt eller virtuelt i de to tilfellene.
- c) Vi erstatter linsen i b) med en divergerende linse (spredelinse) med fokallengde f . Angi posisjonen med en figur for de to tilfeller der $s_1 = 2f$ og $s_1 = f/3$. Bestem også bildeforstørrelsen for de to tilfellene. Avgjør om bildet er reelt eller virtuelt i de to tilfellene.
- d) Vi betrakter nå to konvergerende linser (samlelinser) AA' og BB' i innbyrdes avstand a som vist på figuren. Fokallengdene er f_1 for linse AA' og f_2 for linse BB'.

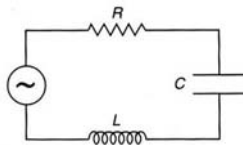


Hvilken avstand a uttrykt ved f_1 og f_2 må velges for at en parallell strålebunt som faller på skrå inn på linse AA' med vinkel α skal forlate linse BB' som en parallell strålebunt med vinkel β ? Hva er vinkelforstørrelsen β/α ? Vi antar at α og β er små.

e) Erstatt linse BB' med en divergerende linse (spredelinse) med fokallengde f_3 . Vi lar $f_3 < f_1$. Hvordan må avstanden a mellom linsene nå velges for at en parallell strålebunt som kommer på skrå inn på linse AA' med vinkel α skal forlate linse BB' som en parallell strålebunt med vinkel β ? Lag en skisse som viser strålebunten i dette tilfellet. Hva er vinkelforstørrelsen β/α ?

Oppgave 2

a) Vi har en elektrisk krets som består av en seriekopling av en resistans, R, en kapasitans, C, og en induktans, L, og en spenningskilde, $V(t) = V_m \cos(\omega t)$.



Vis at differensialligningen som beskriver strømmen $I(t)$ i kretsen kan skrives som

$$a \frac{d^2 I}{dt^2} + b \frac{dI}{dt} + cI = U(t)$$

og uttrykk a , b , c og U ved R , L , C og $V(t)$.

Vi fjerner nå spenningskilden $V(t)$ og erstatter den med en kortslutning i resten av oppgaven.

b) Vis at strømmen $I(t) = A \cdot e^{\gamma t} \cos(\omega t + \psi)$ kan være en løsning av differensiallikningen i a) (når altså $V(t) = 0$). A , γ , ω og ψ er konstanter. Hvilke av disse er bestemt av differensiallikningen? Bestem i så fall disse uttrykt ved R , L og C .

c) Ladningen på kondensatoren ved tiden t kan skrives som $q(t) = Q_m e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \psi)$. Anta at strømmen i kretsen ved $t=0$ er null, dvs. $I(t=0) = 0$, men at det er en ladning Q på kondensatoren. Bestem $q(t)$ for $t > 0$ uttrykt ved Q , R , L og C .

d) Anta at det ved $t = 0$ ikke er en ladning på kondensatoren men at strømmen er forskjellig fra null, $I(t = 0) = I_0$. Bestem $q(t)$ for $t > 0$ uttrykt ved I_0 , R , L og C .

e) Bestem R for gitt L og C slik at kretsen blir kritisk dempet.

Oppgave 3



Ligningen for transverselle bølger på en streng er

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{S}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Figuren over viser en jevntykk streng som er festet i en vegg i A, går over en trinse B og er festet i en masse M . Strengens lengde mellom A og B er L og massen mellom A og B er m . $M \gg m$. Tyngdeakselerasjonen er g .

a) Hva er betydningen av S og μ ? Bestem fasehastigheten til en bølge som beveger seg langs strengen uttrykt ved M , m , L og g .

b) Vis at $y^+ = y_0^+ \sin(kx - \omega t)$ er en mulig løsning av bølgeligningen i a) og forklar hvorfor denne bølgen beveger seg i positiv x-retning. Bølgens frekvens er f . Bestem bølgelengden uttrykt ved f og de andre gitte parametrene for problemet.

c) På grunn av refleksjon vil vi også få en bølge som beveger seg mot venstre. Vis at dette gir en resultantbølge på formen

$$y = y_m \sin(\alpha x) \cos(\beta t)$$

Hva kaller vi en slik bølge?

Vis at bølgelengden kan skrives på formen

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{ der } n = 1, 2, 3, \dots$$

Vis at den tilhørende frekvens kan skrives som $f_n = \sqrt{\frac{Mgn^2}{4mL}}$

d) Bestem hastighet og akselerasjon for et punkt x på strengen.

e) Vi stanser bølgebevegelsene og setter igang en ny harmonisk bølge som beveger seg mot høyre. En observatør beveger seg langs strengen med hastighet u . Hvilken frekvens f' vil denne observatøren registrere at bølgen har når

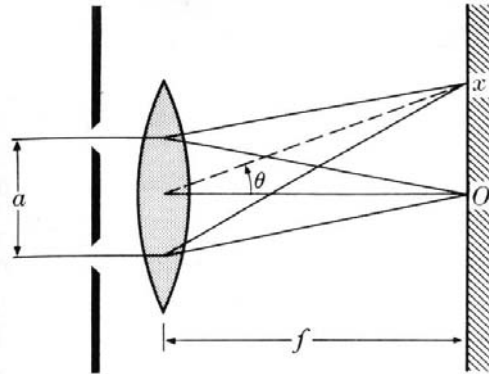
1) observatøren beveger seg mot høyre og 2) når observatøren beveger seg mot venstre?

Oppgave 4

a) Hva menes med koherent lys? Vi har to punktførmete lyskilder S_1 og S_2 som sender ut harmoniske bølger med samme bølgelengde og samme amplitude. S_1 og S_2 er i fase. Hva er betingelsen for konstruktiv interferens i et punkt P i avstand r_1 og r_2 fra henholdsvis S_1 og S_2 ? Hva er betingelsen for destruktiv interferens i P ?

b) Monokromatisk lys med bølgelengde λ treffer normalt på en dobbeltspalte med spalteavstand a . Rett bak dobbeltspalten plasserer vi en konvergerende linse og observerer interferensmønsteret på en skjerm som er plassert i linsens fokalplan (se figur på neste side). Linsens fokallengde er f . Vis at posisjonene til intensitetsmaksima er gitt ved

$$x = n \left(\frac{f\lambda}{a} \right) \text{ der } n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{når } x \ll f$$



c) Monokromatisk lys med bølglengde 650 nm treffer normalt på en dobbeltspalte med spalteavstand 0.50 mm. En skjerm er plassert 3.0 m bak dobbeltspalten. Dobbeltspalten og skjermen er parallelle. En annen lyskilde med ukjent bølglengde gir med den samme dobbeltspalten et andre ordens maksimum som er 1.50 mm nærmere sentralmaksimum enn hva som er tilfelle for andre ordens maksimum for 650 nm-kilden. Bestem bølglengden for den ukjente lyskilden.

d) Plane bølger med bølglengde 680 nm faller normalt på en dobbeltspalte. En meget tynn plastplate med brytningsindeks 1.60 dekker en av spaltene i et dobbeltspalteforsøk på den siden de plane bølgene treffer dobbeltspalten. Hva er den minste tykkelsen plastplaten kan ha slik at vi får mørke (utslukking) langs en linje midt mellom spaltene og som står normalt på dobbeltspalten?

e) Vi betrakter nå et én-spalteforsøk med spaltebredde a . Forklar kort hvorfor vi observerer et såkalt diffraksjonsmønster på en skjerm som er plassert et stykke bak enkeltspalten. Vi lar lys med bølglengde 680nm falle normalt på spalten og plasserer skjermen parallelt med spalten. Hva er avstanden mellom de første diffraksjonsminima på hver side av sentralmaksimum når avstanden mellom skjerm og spalten er 2.80m og $a = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{m}$? Hvilke verdier på spaltebredden a gir ikke diffraksjonsminima for lys med bølglengde 680 nm?

Oppgitte formler: $I = I_M \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$ $\beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$