Løsningsforslag, eksamen i FYS2130 våren 2006

Oppgave 1

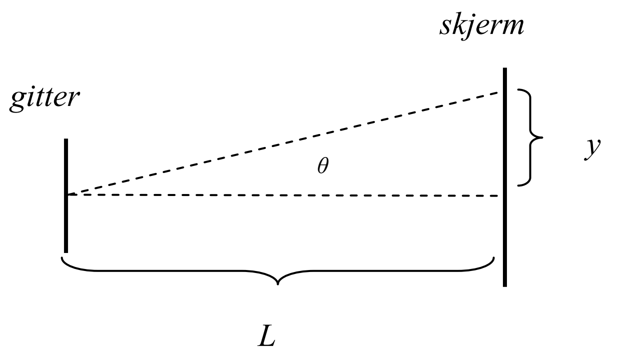
a) Betingelsen for konstruktiv interferens i P er: $|R_1 - R_2| = m\lambda \quad m = 0,1,2,...$

Betingelsen for destruktiv interferens i P er: $|R_1 - R_2| = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad m = 0,1,2,...$

b) Gitterkonstanten (avstanden mellom to nabospalter) er: $d = \dfrac{1.00 \text{ cm}}{500} = 2.0 \cdot 10^{-5}$ m .

Siden avstanden mellom skjerm og gitter >> d, kan betingelsen for lysmaksimum med god tilnærmelse skrives som

$$d \sin\theta = m\lambda \qquad (1)$$



Siden avstanden, y, mellom fjerde ordens maksimum og sentralmaksimum << L er $\sin\theta \approx y/L$ og v kan sette

$\dfrac{d \cdot y}{L} = m\lambda$. Lysets bølgelengde er $\lambda = \dfrac{d \cdot y}{m \cdot L} = \dfrac{2.00 \cdot 10^{-5} \text{m} \cdot 20.0 \text{ cm}}{3 \cdot 2.00 \text{ m}} \approx \underline{\underline{667 \text{ nm}}}$

Siden $\sin\theta < 1$ får vi fra (1): $\dfrac{m\lambda}{d} < 1$

$m < \dfrac{d}{\lambda} \approx 30.003$

Det er altså maksimum 30 interferensstriper på hver side av sentralmaksimum og dermed maksimalt $30 + 30 + 1 = \underline{\underline{61}}$ interferensstriper totalt.

c) Intensiteten i sentralmaksimum er $I = N^2 I_0 = \underline{\underline{16 I_0}}$

For $N = 4$ har vi at:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(2\varphi)}{\sin(\varphi/2)} \right)^2 \quad \text{der} \quad \varphi = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

Intensitetsuttrykket over har hovedmaksimum når både teller og nevner er 0.
Det inntreffer første gang utenfor sentralmaksimum for

$$\frac{\varphi}{2} = \pm\pi$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda} = \pm\pi$$

$$\underline{\underline{\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{d}}}$$

Intensitetsuttrykket har nullpunkter når teller = 0 og nevner ≠ 0:

$$\sin(2\varphi) = 0$$

$$2\varphi = \pm n\pi$$

$$\varphi = \pm n\pi/2 \quad n = 1,2,3$$

$$\frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda} = \pm n\pi/2$$

$$\underline{\underline{\sin\theta = \pm\frac{n\lambda}{4d}}} \quad n = 1,2,3$$

Oppgave 2

a) Linseformelen for den divergerende linsen er

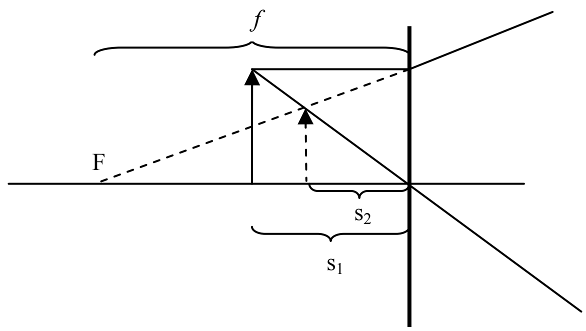
$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{-f}$$ s_1 er objektavstanden og s_2 er bildeavstanden.

$$s_2 = \frac{-f \cdot s_1}{s_1 + f} = \frac{-f \cdot (f/2)}{f/2 + f} = \underline{\underline{-\frac{f}{3}}}$$

Forstørrelsen er $m = -\frac{s_2}{s_1} = -\frac{-f/3}{f/2} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

Siden $s_2 < 0$ er <u>bildet virtuelt</u>.

Strålediagram:



b) Objekt og bilde er på hver side av linsen. Avstanden mellom objekt og bilde er
$D = s_1 + s_2$

Fra linseformelen finner vi s_2 uttrykt ved s_1 og f:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f}$$

$$s_2 = \frac{s_1 f}{s_1 - f}$$

Avstanden er dermed

$$D = s_1 + s_2 = \frac{s_1^2}{s_1 - f}$$

Her er s_1 den eneste variable og vi kan finne minimalverdien ved derivasjon:

$$\frac{dD}{ds_1} = \frac{s_1^2 - 2f \cdot s_1}{(s_1 - f)^2}$$

$\frac{dD}{ds_1} = 0$ gir $s_1 = 2f$. Fra linseformelen finner vi at $s_2 = 2f$

Den minste avstanden blir dermed $D = \underline{\underline{4f}}$

Oppgave 3

a) Resonansvinkelfrekvensen er den vinkelfrekvens som gir maksimal effekt. For denne vinkelfrekvensen er $(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 0$. Resonansvinkelfrekvensen er dermed

$$\omega = \omega_0 = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{LC}}}}$$

$\Delta\omega$ er definert slik at for $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ er effekten 50% av maksimalverdien.

b) Vi stiller inn på stasjon 1 og kapasitansen C er bestemt av $\omega_1 = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Kapasitansen er: $C = \frac{1}{\omega_1^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 (100.0 \cdot 10^6)^2 \cdot 10^{-6}}\ \text{F} \approx \underline{\underline{2.53\ \text{pF}}}$

Når vi stiller inn på stasjon 1 er i følge kravet:

$$\frac{\overline{P_1}}{\overline{P_2}} = 100 = \frac{R^2 + (\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C})^2}{R^2 + 0}$$

$$R = \frac{\omega_2 L - \frac{\omega_1^2 L}{\omega_2}}{\sqrt{99}} = \frac{2\pi L (f_2 - \frac{f_1^2}{f_2})}{\sqrt{99}} \approx \underline{\underline{0.50\ \Omega}}$$

Kvalitetsfaktoren er $Q = \frac{\omega_1 L}{R} = \frac{2\pi f_1 L}{R} \approx \underline{\underline{1250}}$

Oppgave 4

a) Energibevarelse:

$$I_{inn} = I_{refl} + I_{transm}$$

$$1 = \frac{I_{refl}}{I_{inn}} + \frac{I_{transm}}{I_{inn}}$$

$$\frac{I_{refl}}{I_{inn}} = 1 - \frac{I_{transm}}{I_{inn}} = 1 - \frac{4 n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = \underline{\underline{\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2}}$$

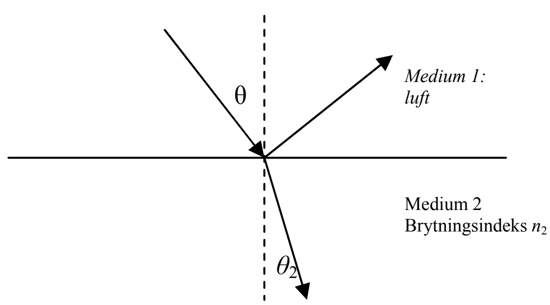
Luft har brytningsindeks n = 1. Brytningsindeks for medium 2 er $n_2 = \sqrt{K} = \sqrt{81} = 9$

$$\frac{I_{refl}}{I_{inn}} = \left(\frac{1-9}{1+9}\right)^2 = \underline{\underline{0.64}}$$

$$\frac{I_{refl}}{I_{inn}} = \frac{\dfrac{E_{refl}B_{refl}}{2\mu_0}}{\dfrac{E_{inn}B_{inn}}{2\mu_0}} = \frac{E_{refl}B_{refl}}{E_{inn}B_{inn}} = \frac{E_{refl}\dfrac{E_{refl}}{v_{inn}}}{E_{inn}\dfrac{E_{inn}}{v_{refl}}} \text{ som gir } \frac{E_{refl}}{E_{inn}} = \sqrt{\frac{I_{refl}}{I_{inn}}} = \sqrt{0.64} = \underline{\underline{0.8}}$$

I utregningen over har vi benyttet at bølgehastighetene $v_{refl} = v_{inn}$ siden den innkommende og reflektere bølgen er i samme medium.

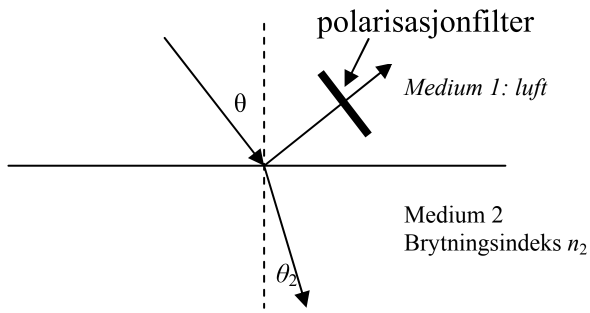
b)



Når $\theta + \theta_2 = \dfrac{\pi}{2}$ er den reflekterte bølgen 100% polarisert. θ kalles *Brewstervinkelen*.
Ved å bruke Snells lov får vi:

$$\sin\theta = n_2 \sin\theta_2 = n_2 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = n_2 \cos\theta$$
$$\tan\theta = n_2 = 1.5$$
$$\underline{\underline{\theta = 56°}}$$

c) Når θ er Brewstervinkelen er den reflekterte bølgen 100% polarisert, med E-feltet normalt på papirplanet. Hvis vi innstiller polarisasjonsfilterets retning parallelt med papirplanet vil den målte intensiteten være 0. Vi varierer altså θ inntil intensitetsmålingen viser 0. Brytningsindeksen i medium 2 er dermed gitt ved $\underline{\underline{n = \tan\theta}}$



Polarisasjonsfilterets retning er parallelt med papirplanet