

Kortfattet løsningsforslag til midttermineksamen FYS2130 18. mars 2005

Oppgave 1

a) Vi finner først fjærstivheten, k . Når m er festet til fjæra, er systemet i ro:

$$kx_1 = mg$$
$$k = mg / x_1$$

der $x_1 = 10$ cm.

$$\text{Svingeperioden er } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{mx_1}{mg}} = 2\pi\sqrt{\frac{x_1}{g}} = \underline{\underline{0.63 \text{ s}}}$$

b) Ved $t = 0$ er $v = 0$:

$$v(0) = v_0 \sin(\varphi) = 0 \quad \text{som gir } \varphi = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = v(t) = v_0 \sin(\omega t)$$

Forflytningen er

$$x(t) - x(0) = \int_0^t v dt = -\frac{v_0}{\omega} [\cos(\omega t) - 1]$$

Forflytningen fra $t = 0$ til $t = 2$ s er da $\underline{\underline{8/\pi}}$ m

c) Totalenergien til den harmoniske oscillatoren er

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = E_p + E_k = E_p + \frac{1}{2}E_p = \frac{3}{4}kx^2$$

$$\text{Utslaget, } x, \text{ hvor } E_k = \frac{1}{2}E_p: \quad x = \sqrt{\frac{2}{3}}A = \underline{\underline{8.2 \text{ cm}}}$$

Oppgave 2

a) Snells lov på overgang mellom medium 1 og medium 2:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

Snells lov på overgang mellom medium 2 og medium 3:

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3$$

$$n_2 \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 = n_3 \sin \theta_3$$

$$\sin \theta_3 = \frac{n_1}{n_3} \sin \theta_1$$

Totalrefleksjon i grenseflaten mellom medium 2 og medium 3 inntreffer når

$$\frac{n_1}{n_3} \sin \theta_1 > 1$$

$$\sin \theta_1 > \frac{n_3}{n_1}$$

som gir $\theta_1 > 60^\circ$.

b)

Fokallengden er positiv og er: $f = R/2 = 20 \text{ cm}$

Speilformelen er

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Bildeavstanden er:

$$s' = \frac{f \cdot s}{s - f} = \underline{\underline{40 \text{ cm}}}$$

c) Vi har et konkavt og et konvekst speil med krumningsradier R_1 og R_2 slik at $R_1 = -R_2$. Begge bildeavstandene er her negative: $s'_1 = -10 \text{ cm}$ og $s'_2 = -30 \text{ cm}$. Objektavstanden er den samme i begge tilfeller, s . Bruk av speilformelen gir

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s_1} = -\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s_2}\right)$$

$$s = \frac{-2s_1 s_2'}{s_1 + s_2} = \underline{\underline{15 \text{ cm}}}$$

Oppgave 3

a) Betingelsen for stående bølger i røret er at vi for den longitudinale forskyvningen må ha en knute i den lukkede enden og en buk i den åpne enden.

For grunnfrekvensen er $L = \lambda / 4$. Lydhastigheten er $v = \lambda \cdot f = 320 \text{ m/s}$

b) Konstruktiv interferens inntreffer første gang når forskjellen i veilengde er én bølgelengde:

$$\sqrt{x^2 - h^2} - x^2 = \lambda$$

$$x = \frac{h^2 - \lambda^2}{2\lambda} = \frac{h^2 - (v/f)^2}{2v/f} = \underline{\underline{1.25 \text{ m}}}$$

c)

Ubåt B registrerer frekvensen $f' = \frac{v+v_B}{v-v_A} f$ (B er mottager og A er kilde). Lydbølgen reflekteres mot A. A registrerer frekvensen f'' (A er mottager og B er kilde):

$$f'' = \frac{v+v_A}{v-v_B} f' = \frac{v+v_A}{v-v_B} \cdot \frac{v+v_B}{v-v_A} f = \underline{\underline{1041 \text{ Hz}}}$$

Oppgave 4

a) $I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2$, $B_0 = \frac{E_0}{c}$ og $c = \frac{\omega}{k}$ gir $I = \underline{\underline{\frac{1}{2} \varepsilon_0 (\omega/k)^3 B_0^2}}$

b) Snells lov gir brytningsindeksen i det dielektriske mediet:

$$\sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_2 = \sqrt{3}$$

Energikonservering gir:

$$I_1 = I_r + I_2$$

$$I_1 = 0.2I_1 + I_2$$

$$I_2 = 0.8I_1$$

$$\frac{1}{2\mu_0} E_2 B_2 = \frac{0.8}{2\mu_0} E_1 B_1$$

$$\frac{1}{2\mu_0} E_2 \frac{E_2}{v} = \frac{0.8}{2\mu_0} E_1 \frac{E_1}{c}$$

$$E_2^2 = 0.8 \frac{v}{c} E_1^2 = 0.8 \frac{E_1^2}{n_2}$$

$$E_2 = \sqrt{0.8 \frac{E_1^2}{n_2}} = \underline{\underline{68 \text{ V/m}}}$$

c) Den innkommende bølgen kan betraktes som en sum av to bølger i fase; en i x-retning og en i y-retning. Amplituden for disse er like siden den gitte vinkelen er 45° . Når bølgene trenger inn i materialet vil bølgehastighetene til disse være forskjellig fordi brytningsindeksene n_x og n_y er forskjellig. Skal resultantbølgen være sirkulærpolarisert etter å passert platen må faseforskjellen mellom bølgene i x- og y-retning være $\frac{\pi}{2}$:

$$k_y d - k_x d = \frac{\pi}{2}$$

$$d = \frac{\pi}{2 \left[\frac{2\pi}{\lambda_y} - \frac{2\pi}{\lambda_x} \right]} = \frac{1}{4 \left[\frac{1}{\lambda_y} - \frac{1}{\lambda_x} \right]} = \frac{1}{4 \left[\frac{n_y}{\lambda_0} - \frac{n_x}{\lambda_0} \right]} = \frac{\lambda_0}{4 [n_y - n_x]} = \underline{\underline{1.67 \mu m}}$$

der $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$.