Formelark FYS2130

Eulers formel:

$$e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i\sin(\alpha) \tag{1.1}$$

Differensialligning for dempet svingning av fjær-pendel:

$$\ddot{z}(t) + \frac{b}{m}\dot{z}(t) + \frac{k}{m}z(t) = 0 \tag{1.2}$$

Ved løsning kan man forsøke (A og α kan være komplekse tall):

$$z(t) = Ae^{\alpha t} \tag{1.3}$$

Svingeligningen for tvungen svingning av en fjærpendel:

$$\ddot{z}(t) + (b/m)\dot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) = (F/m)\cos(\omega_F t) \tag{1.4}$$

hvor $\omega_0^2 = k/m$. Faseforskjellen mellom utslag og påtrykt kraft:

$$\tan\phi = \frac{b\omega_F/m}{\omega_F^2 - \omega_0^2} \tag{1.5}$$

Amplituden i de tvungne svingningene:

$$A = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_F^2 - \omega_0^2)^2 + (b\omega_F/m)^2}} \tag{1.6}$$

Amplituderesonansfrekvensen er:

$$f_{amp.res.} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2m^2}} \tag{1.7}$$

hvor $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

Faseresonansfrekvensen er:

$$f_{fase.res.} = \frac{1}{2\pi}\omega_0 \tag{1.8}$$

Kvalitetsfaktoren for en svingende fjær-pendel:

$$Q = \frac{m\omega}{b} = \sqrt{\frac{mk}{b^2}} \tag{1.9}$$

To vanlige måter å definere Q på. Den første er:

$$Q \equiv 2\pi\frac{\text{Lagret energi}}{\text{Tap av energi per periode}} = 2\pi\frac{E}{E_{tap,periode}} \tag{1.10}$$

Eulers metode (for løsning av annen ordens differensiallikning):

$$\dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n + \ddot{x}_n\Delta t \tag{1.11}$$

$$x_{n+1} = x_n + \dot{x}_n\Delta t \tag{1.12}$$

Fouriertransformasjon og invers fouriertransformasjon av kontinuerlige signaler:

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt \tag{1.13}$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t}d\omega \tag{1.14}$$

Fourierrekker og invers transformasjon:

$$c_k = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)e^{-ik\omega_1 t}dt \tag{1.15}$$

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ik\omega_1 t} \tag{1.16}$$

Diskret fouriertransformasjon og invers transformasjon:

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} \tag{1.17}$$

$$x_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{i\frac{2\pi}{N}kn} \tag{1.18}$$

Alternativt kan diskret fouriertransformasjon angis slik:

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x_n e^{-i2\pi f_k t_n} \tag{1.19}$$

$$x_n = \sum_{k=1}^{N} X_k e^{i2\pi f_k t_n} \tag{1.20}$$

Bølgelegningen:

$$\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} \tag{1.21}$$

Planbølge:

$$f(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \phi)} + \text{c.c.} \tag{1.22}$$

Del-uttrykk ved utledning av bølger på en streng:

$$S \sin \phi' - S \sin \phi = \mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \right)_{midtpunkt} \tag{1.23}$$

Bølger i luft/væske:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{K}{\rho} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \tag{1.24}$$

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \tag{1.25}$$

$$p(x,t) = kK\eta_0 \sin(kx - \omega t) \tag{1.26}$$

Tidsmidlet lydintensitet:

$$I = \frac{1}{2} k\omega K {\eta_0}^2 = k\omega K {\eta_{rms}}^2 = 4\pi^2 \frac{K}{v} (f \eta_{rms})^2 \tag{1.27}$$

$$I = \frac{(p_{rms})^2}{\rho v} \tag{1.28}$$

$$I = 4\pi^2 \rho v (f \eta_{rms})^2 \tag{1.29}$$

$$L_{Iabs} = (10\,\mathrm{dB(SPL)}) \log \frac{I}{I_{abs.ref}} = (10\,\mathrm{dB(SPL)}) \log \frac{p^2}{p_{abs.ref}^2} \tag{1.30}$$

Dopplerskift:

$$f_o = \frac{v + v_o}{v - v_k} f_k \tag{1.31}$$

Dopplerskift for elektromagnetiske bølger i vakum:

$$f_o = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} f_k \tag{1.32}$$

Fasehastighet for overflatebølger i vann:

$$v_f^2(k) = \left[\frac{g}{k} + \frac{Tk}{\rho} \right] \tanh(kh) \tag{1.33}$$

hvor

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \tag{1.34}$$

Gruppehastighet:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \tag{1.35}$$

Algoritmen for å beregne hvordan en bølge utvikler seg i tid og rom:

$$u_{i,j+1} = u_{i,j} + (u_{i,j} - u_{i,j-1}) + (\Delta t\, v)^2 u_{xx,i,j} \tag{1.36}$$

Fire ligninger forbinder elektriske og magnetiske felt:

1. Gauss lov for elektrisk felt:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{innenfor}}{\epsilon_r \epsilon_0} \tag{1.37}$$

2. Gauss lov for magnetfelt:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \tag{1.38}$$

3. Faraday-Henrys lov:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \left(\frac{d\Phi_B}{dt} \right)_{innenfor} \tag{1.39}$$

4. Ampère-Maxwells lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_r \mu_0 \left(i_f + \epsilon_r \epsilon_0 \left(\frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{innenfor} \right) \tag{1.40}$$

Stokes teorem:

$$\oint \vec{G} \cdot d\vec{l} = \int_A (\nabla \times \vec{G}) \cdot d\vec{A} \tag{1.41}$$

Divergensteoremet:

$$\int \nabla \cdot \vec{G} dv = \oint_A \vec{G} \cdot d\vec{A} \tag{1.42}$$

Lyshastigheten

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}} = \frac{c_0}{n} \tag{1.43}$$

Tidsmidlet intensitet i en elektromagnetisk bølge:

$$I = \frac{1}{2} c\epsilon E_0^2 = \frac{1}{2} c E_0 D_0 = \frac{1}{2} c \frac{1}{\mu} B_0^2 = \frac{1}{2} c H_0 B_0 \tag{1.44}$$

Poynting vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \tag{1.45}$$

Forholdet mellom amplituder, ved refleksjon og transmisjon, em bølge vinkelrett på:

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \tag{1.46}$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2 n_1}{n_1 + n_2} \tag{1.47}$$

Litt tilsvarende, men bølge på skrå:

$$2E_{r,\parallel} = \left(\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} - \frac{n_2}{n_1}\right) E_{t,\parallel} \tag{1.48}$$

Fresnels ligninger:

$$R_s = \left(\frac{n_1\cos\theta_i - n_2\sqrt{1-(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i)^2}}{n_1\cos\theta_i + n_2\sqrt{1-(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i)^2}}\right)^2 \tag{1.49}$$

og

$$R_p = \left(\frac{n_2\cos\theta_i - n_1\sqrt{1-(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i)^2}}{n_2\cos\theta_i + n_1\sqrt{1-(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i)^2}}\right)^2 \tag{1.50}$$

Brewstervinkel:

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1} \tag{1.51}$$

Snels brytningslov:

$$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2 \tag{1.52}$$

Tappe-energi-absorbsjon:

$$M = \int \phi(\lambda)M(\lambda)d\lambda \tag{1.53}$$

Linsemakerformelen og linseformelen:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{1.54}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \tag{1.55}$$

Numerisk beregning av diffraksjon/interferens:

$$E_m = \sum \frac{A_n}{\sqrt{r_{n,m}}} e^{i(2\pi r_{n,m}/\lambda + \theta_n)} \tag{1.56}$$

hvor

$$r_{n,m} = \sqrt{d^2 + (X_m - x_n)^2} \tag{1.57}$$

Dobbeltspalt:

$$\overline{I}(\theta) = 2c\epsilon E_0^2(r,\theta)\cos^2\left(\frac{d\sin\theta}{\lambda}\pi\right) \tag{1.58}$$

Mange spalter:

$$I(\theta) = I_0(r,\theta)\left[\frac{\sin\frac{N\phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}}\right]^2 \tag{1.59}$$

hvor

$$\phi = 2\pi d\sin\theta/\lambda \tag{1.60}$$

Diffraksjon fra én spalt:

$$I(\theta) = I_{max}\left[\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}\right]^2 \tag{1.61}$$

hvor

$$\beta = \frac{2\pi a}{\lambda}\sin\theta \tag{1.62}$$

Diffraksjon fra rundt hull (Airy)

$$\sin(\theta) = \frac{1.22\lambda}{D} \tag{1.63}$$

Rayleighs oppløsningskriterium:

$$\psi \approx \frac{D/2}{f_o} = \frac{1.22\lambda}{D_o} \tag{1.64}$$

Autokorrelasjonsfunksjonen:

$$C(\tau) = \frac{\int g(t)g(t+\tau)dt}{\int g^2(t)dt} \tag{1.65}$$

Autokorrelasjonsfunksjonen digital:

$$C(j+1) = \frac{\sum_{i=1}^{M} g(i)g(i+j)}{\sum_{i=1}^{M} g(i)g(i)} \tag{1.66}$$

"Diskret kontinuerlig" wavelettransformasjon:

$$\gamma_K(\omega_a, t_k) = \sum_{n=1}^{N} x_n \Psi^*_{\omega_a,K,t_k}(t_n) \tag{1.67}$$

hvor selve Morlet waveleten skrives som:

$$\Psi_{\omega_a,K,t_k}(t_n) = C\{\exp(-i\omega_a(t_n - t_k)) - \exp(-K^2)\}\cdot\exp(-\omega_a^2(t_n - t_k)^2/(2K)^2) \tag{1.68}$$

Skinndybde:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \tag{1.69}$$

Merk:

Du kan referere til formel nummer så og så på formelarket ved besvaring av eksamensoppgaver, dersom det er aktuelt.

Vi har ikke angitt hva størrelsene betyr eller hvilke forutsetninger formlene gjelder for. Slikt må du holde orden på selv og nevne der det er naturlig.