

FYS2140 Kvantefysikk
Notat til Kollokvium om matematikk

Are Raklev

22. januar 2013

Dette notatet nevner noen av de matematiske ferdighetene man trenger å beherske i FYS2140 når man kommer til eksamen. Det omfatter hovedsaklig: regning med komplekse tall, løsning av differensialligninger, integraler, litt grunnleggelse statistikk og noe abstrakt lineæralgebra.

For å gjøre oversikten lettere å fordøye så deler vi ferdighetene inn i nivåer som omtrentlig tilsvarer karakternivåer. Sjekk gjerne hvor du selv ligger, og planlegg hvordan du kan nå et høyere nivå.

Merk at nivåene ikke må taes for bokstavelig, en kan godt ligge på et nivå i følge denne teksten uten at dette reflekteres i det endelige resultatet i kurset. Listen er også hverken endelig eller komplett. Kom gjerne med forslag til punkter som du synes mangler, og si ifra om skrivefeil.

E-nivå

- Kunne utføre grunnleggende regneoperasjoner med komplekse tall:

- Med $z = a + ib$ er $z^* = a - ib$ (komplekskonjugering).
- $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 z_2^*}{|z_2|^2}$ (omskrivning av brøker).
- Finne lengden og vinkelen til et tall i det komplekse planet.
- Kunne skrive komplekse tall på formen $z = r e^{i\theta}$.

- Forstå og kunne benytte seg av at $(z^*)^* = z$.
- Forstå at $|z| \geq 0$ for alle z . Vite at $|e^{i\theta}| = 1$.
- Gitt at $|z|^2$ er kjent, finne en mulig verdi for z og være bevist at dette er ett av (uendelig) mange valg.
- Vite at difflikningene

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = -k^2 \quad \text{og} \quad \frac{d^2 g}{dx^2} = \kappa^2, \quad (1)$$

hvor k og κ er to reelle konstanter, har løsningene

$$f(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx} \quad \text{og} \quad g(x) = A e^{\kappa x} + B e^{-\kappa x}. \quad (2)$$

- Forstå hva som menes med en kvadratisk integrerbar funksjon $f(x)$, altså at

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx < \infty. \quad (3)$$

- Finne gjennomsnitt og varians for diskret og kontinuerlige variabler.

$$\langle x \rangle = \sum_i x_i P(x_i) \quad (4)$$

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \rho(x) dx \quad (5)$$

$$\sigma_x^2 \equiv \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (6)$$

- Forstå begrepet sannsynlighetstetthet. Hvis $\rho(x)$ er en sannsynlighetstetthet så er $\rho(x)dx$ sannsynligheten for å finne noe som fordeler seg ifølge denne tettheten i intervallet $[x, x + dx]$.
- Finne determinanten til en 2×2 -matrise.
- Multiplisere en vektor med en matrise, eller en matrise med en matrise.
- Vite hva som menes med en egenverdiligning, og forstå hva som er egenfunksjon og hva som er egenverdi.
- Forstå hva som menes med kommuterende størrelser.
- Forstå størrelsesordennotasjonen $\mathcal{O}()$.
- Numerisk løse ligninger ved hjelp av graftegning.
- Kjenne til sfæriske koordinater og finne variabelskiftene fra kartesiske koordinater i Rottmann.
- Vite hva Laplaceoperatoren er.

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \quad (7)$$

D-nivå

- Kunne regne med funksjoner med komplekse funksjonsverdier.
- Forstå hvorfor (2) er de mest generelle løsningene av diffiligningene (1).
- Kunne omskrive (2) til en sum av trigonometriske funksjoner gjennom for eksempel Eulers formel $e^{ix} = \cos x + i \sin x$.
- Vite at integraler med odde integrander blir null og integraler med like integrander kan forenkles til halvparten av integrasjonsintervallet. For eksempel

$$\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2} dx = 0 \quad \text{og} \quad \int_{-a}^a e^{-x^2} dx = 2 \int_0^a e^{-x^2} dx. \quad (8)$$

- Kunne skifte fra kartesiske til sfæriske koordinater i et integral.
- Finne determinanten til en vilkårlig matrise.
- Kunne regne ut kommutatorer.
- Kunne bruke fornuftig notasjon for å forenkle skrivearbeid.
- Kunne rekkeutvikle en funksjon rundt et punkt ved hjelp av Taylorpolynomer.

- Kjenne, eller kunne finne i Rottmann, rekkeutviklingen til standard-funksjoner som e^x , $\sin x$, $\sqrt{1-x}$ osv.
- Vite hvordan man endrer variabler i fordelinger med en variabel ved hjelp av Jakobideterminant.
- Kjenne egenskapene til δ -funksjonen.
- Finne Laplaceoperatoren i sfæriske koordinater.

C-nivå

- Forstå hvordan man bruker kompletthetsegenskapen til et sett med funksjoner.
- Vite hvordan man finner Jakobideterminanten i flervariabeltilfeller.
- Finne diskontinuiteten til en funksjon ved hjelp av tosidige grenseverdier.

B-nivå

- Kunne løse mer kompliserte difflikninger ved rekkeutvikling.

A-nivå

- Du forstår ikke hvorfor du leste dette notatet.