



UiO : **Fysisk institutt**

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

# Forelesning 10

**Are Raklev**



# Kort repetisjon

- En fysisk akseptabel bølgefunksjon  $\psi$  som er en løsning av SL må kunne **normaliseres**

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, t)|^2 dx = 1$$

- Normering er **tidsuavhengig**.
- Setter krav til  $\psi$  ( $|\psi| \rightarrow 0$  når  $|x| \rightarrow \infty$ ).
- **Forventningsverdien** for posisjonen  $x$  er

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x, t)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x, t) x \psi(x, t) dx$$

# Kort repetisjon

- Ehrenfests teorem for bevegelsesmengde:

$$\langle p \rangle = m \langle v \rangle = m \frac{d \langle x \rangle}{d t}$$

Dette leder til

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x, t) \left( -i \hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi(x, t) dx$$

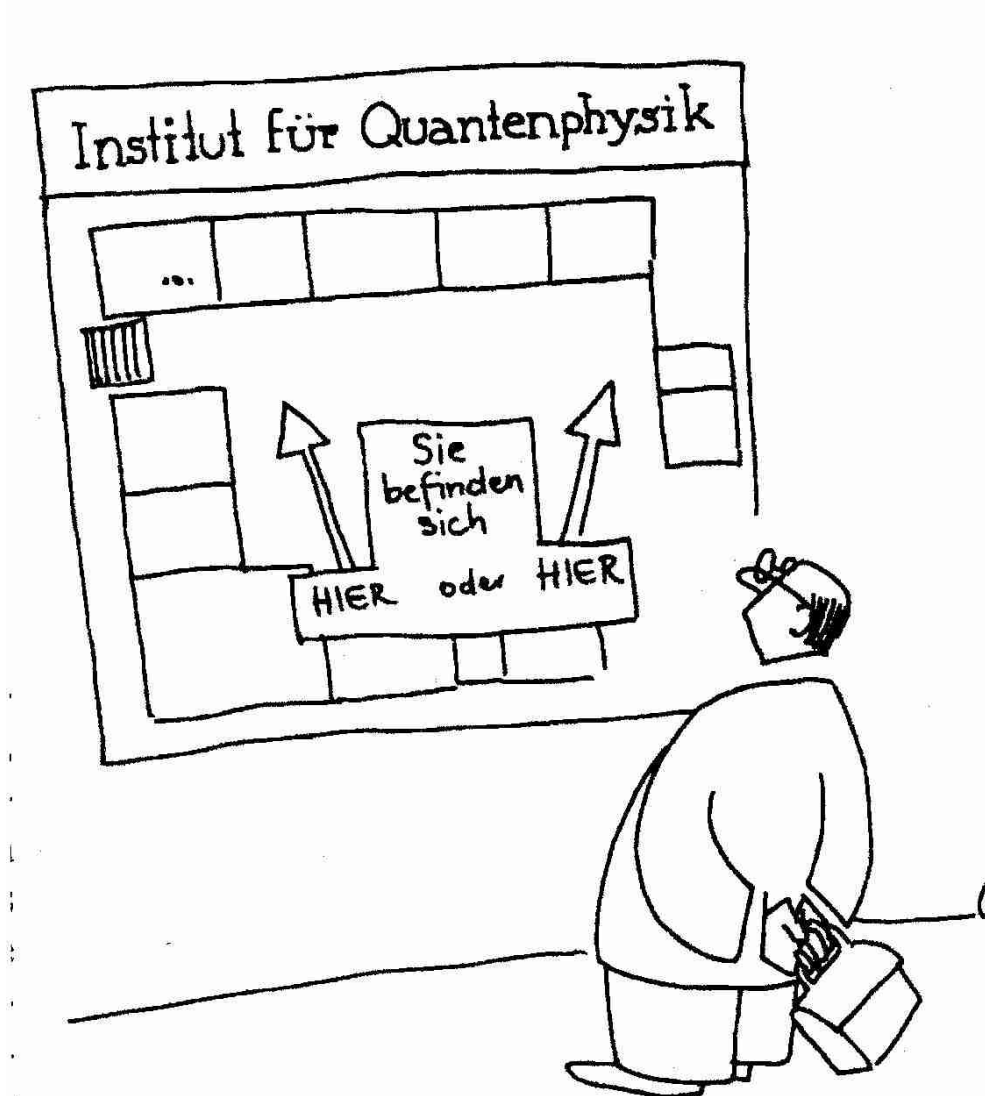
- Forventningsverdien til alle observable Q kan skrives ved hjelp av **kanoniske variable** x og p:

$$\langle Q(x, p) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* Q \left( x, -i \hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi dx$$

# I dag

- Mer om **operatorer**.
- SL som en operatorligning.
- Heisenbergs uskarphetsrelasjon (usikkerhetsrelasjon).
- Den generelle uskarphetsrelasjonen.

# En dag ved Max-Planck Instituttet



# Oppsummering

- **Postulat:** til alle observable  $A$  finnes det en **hermitisk** operator  $\hat{A}$ .

- For en hermitisk operator har vi:

$$\langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{A} \psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{A} \psi)^* \psi dx$$

- **Postulat:** bare **egenverdier**  $a$  til  $\hat{A}$ ,  $\hat{A}\psi = a\psi$ , kan være resultat av enkeltmålinger.

# Oppsummering

- Heisenbergs uskarphetsrelasjon sier at

$$\sigma_p \sigma_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

- Dette følger fra den generelle uskarphetsrelasjonen

$$\sigma_A^2 \sigma_B^2 \geq \left( \frac{1}{2i} \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right)^2$$

hvor  $[A, B] = AB - BA$  er **kommutatoren** mellom operatorene til de observable A og B.