UiO : Fysisk institutt
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Forelesning 12

Are Raklev

Kort repetisjon

- SL løses ved å anta **separasjon av variable** for løsningene: $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$.
- Disse løsningene er **stasjonære tilstander**

$$\Psi(x,t) = \psi(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E t}$$

- Stasjonære tilstander har
  - Sannsynlighetstetthet og forventningsverdier som er konstante i tiden.
  - **Skarpt bestemt** energi $\sigma_E = 0$.

Kort repetisjon

- For å finne **alle** de stasjonære tilstandene løser vi den tids-uavhengige SL (TUSL)

$$\hat{H}\psi_n(x) = E_n\psi_n(x)$$

- Dette er en **egenverdiligning** for hamiltonoperatoren som gir **energien**.
- **Grensebetingelsene** for løsningene sier at
  - ψ må være **kontinuerlig** og $\psi = 0$ der $|V(x)| = \infty$.
  - ψ' må være **kontinuerlig** der $|V(x)| < \infty$.

Kort repetisjon

- **Postulat:** TUSL og grensebetingelser gir et sett **ortogonale** og **komplette** løsninger $\psi_n(x)$.
- Løsningen av den tidsavhengige SL er da

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$$

hvor c_n finnes fra **initialbetingelsen** $\Psi(x,0)$ ved Fouriers triks

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x)\Psi(x,0)\,dx$$

- $|c_n|^2$ tolkes som sannsynligheten for å måle E_n.

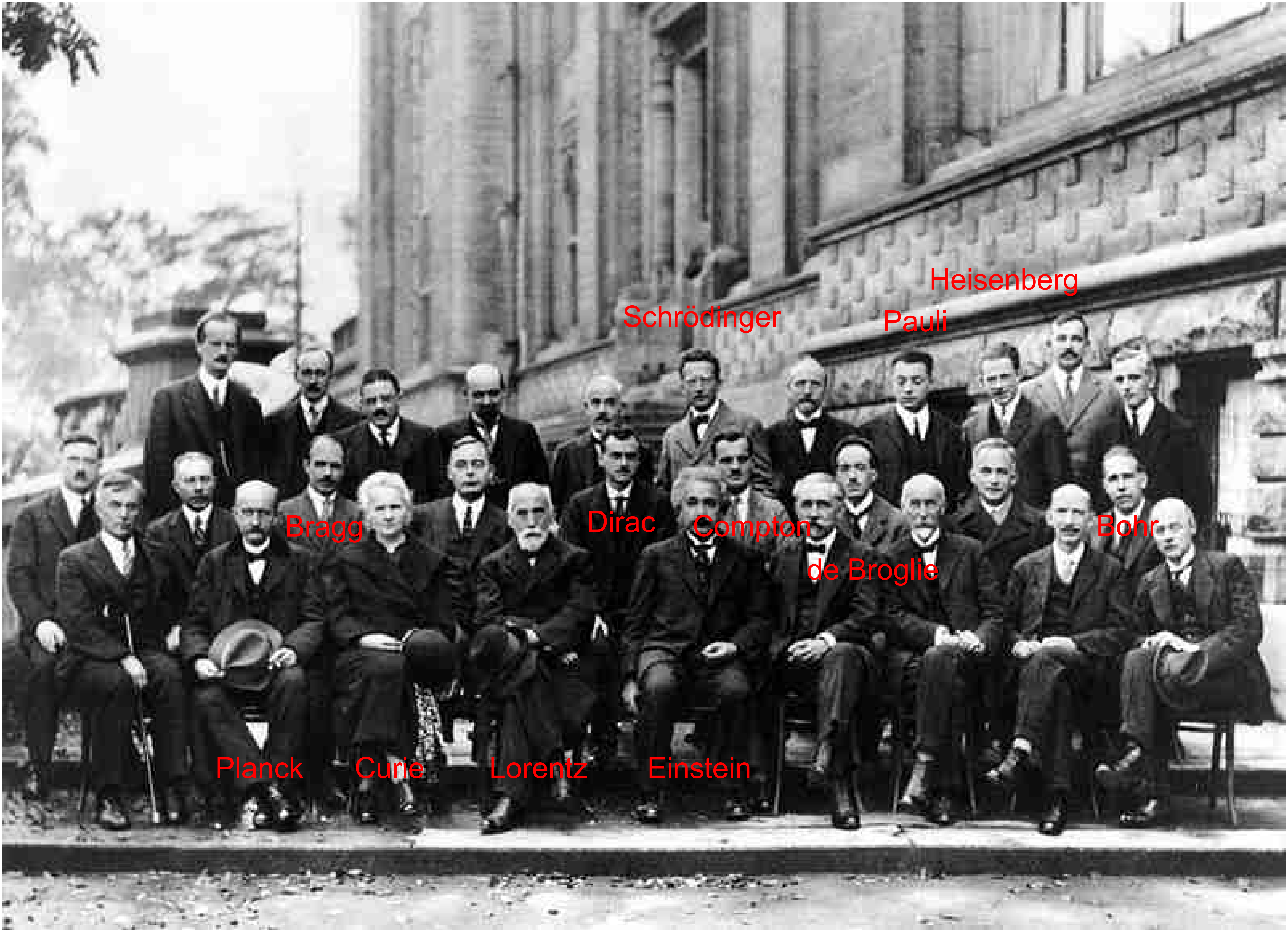
I dag

- Hvorfor “alt” egentlig er harmoniske oscillatorer.
- Neste episode i serien “*Løsninger av SL*”:
  - Harmonisk oscillator potensiale.
  - Algebraisk metode.

Stigeoperatorer

$$\hat{a}_+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(-i\,\hat{p} + m\omega\hat{x})$$

$$\hat{a}_- \equiv \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(+i\,\hat{p} + m\omega\hat{x})$$


Heisenberg
Schrödinger
Pauli
Bragg
Dirac
Compton
Bohr
de Broglie
Planck
Curie
Lorentz
Einstein

Oppsummering

- Lokalt kan (nesten) alle potensialer tilnærmes ved en **harmonisk oscillator**.
- Den algebraiske løsningen for en kvantemekanisk harmonisk oscillator:
  - TUSL løsninger konstrueres med **stigeoperatorer**:

$$\psi_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+1}} \hat{a}_+ \psi_n, \qquad \psi_{n-1} = \frac{1}{\sqrt{n}} \hat{a}_- \psi_n$$

  - Og har energi:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega, \qquad n = 0,1,2,\ldots$$