UiO : Fysisk institutt
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Forelesning 13

Are Raklev

Ukens program

- **Tirsdag:** Harmonisk oscillator, del II. (Avsnitt 2.3.2 i Griffiths)
- **Fredag:** Fri partikkel, Spredningsproblemer. (Avsnitt 2.4 og 2.5 i Griffiths)
- **Gruppetimer:** Oblig 6 (om harmonisk oscillator) + Oppgave 2.14 fra Griffiths.
- **Kollokvium (mandag):** Enda mer Python kvantemekanikk.

Kort repetisjon

- Hvorfor “alt” egentlig er harmoniske oscillatorer.
  - I alle fall i nærheten av et potensialminimum.
- Andre episode i serien “*Løsninger av SL*”:
  - **Algebraisk metode.**
    Innfører to nye (ikke-hermitiske) operatorer

$$\hat{a}_+ = \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}\left(-i\hat{p} + m\omega\hat{x}\right) \qquad \hat{H} = \hbar\omega\left(\hat{a}_+\hat{a}_- + \frac{1}{2}\right)$$

$$\hat{a}_- = \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}\left(+i\hat{p} + m\omega\hat{x}\right) \qquad \left[\hat{a}_-, \hat{a}_+\right] = 1$$

Kort repetisjon

- Hvorfor “alt” egentlig er harmoniske oscillatorer.
- Andre episode i serien “*Løsninger av SL*”:
  - **Algebraisk metode**.

    Gir generell løsning

$$\psi_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}, \qquad \psi_n = A_n \hat{a}_+^n \psi_0$$

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n = 0,1,2,\ldots$$

I dag

- Videre om harmonisk oscillator:
  - Normering av løsninger.
  - **Analytisk metode**.
  - **Hermite** polynomer.

Oppsummering

- Analytisk metode for TUSL løsning viser at kvantiseringen for HO er en konsekvens av grensebetingelser (oppførsel når $|x| \to \infty$).
- TUSL løsninger for HO kan skrives ved hjelp av **Hermite** polynomer H_n (i **Griffiths**):

$$\psi_n(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(\xi) e^{-\frac{1}{2}\xi^2}, \quad \xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\, x$$

- NB! Hermite polynomer defineres litt forskjellig i Rottmann!

Oppsummering

- TUSL løsninger for HO ved hjelp av **Hermite** polynomer H_n i Rottmann:

$$\psi_n(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{n!}} H_n(\sqrt{2}\xi) e^{-\frac{1}{2}\xi^2}, \quad \xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$$

Fredag

- Fri partikkel (vanskeligere enn du tror!).
- Bundne tilstander.