UiO : Fysisk institutt
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Forelesning 18

Are Raklev

Kort repetisjon

- En kvantemekanisk tilstand beskrives av en **tilstand** $|\Psi\rangle$. I koordinatbasis er dette vår vanlige bølgefunksjon Ψ(x,t) (en komponent for hver verdi av x).
- Hver **observabel A** representeres ved en **hermitisk operator Â**.
- Måleverdier **a** er alltid **egenverdier** for operatoren:

$$\hat{A}\psi_a = a\psi_a$$

$$\hat{A}|\psi_a\rangle = a|\psi_a\rangle$$

Kort repetisjon

- Etter målingen er systemet i en **egentilstand** svarende til den målte egenverdien. (Tilstanden/bølgefunksjonen “kollapser”.)
- Sannsynligheten P_a for å observere en gitt egenverdi a er gitt ved (absoluttkvadratet av) tilstandens komponent langs egentilstanden:

$$P_a = |c_a|^2$$

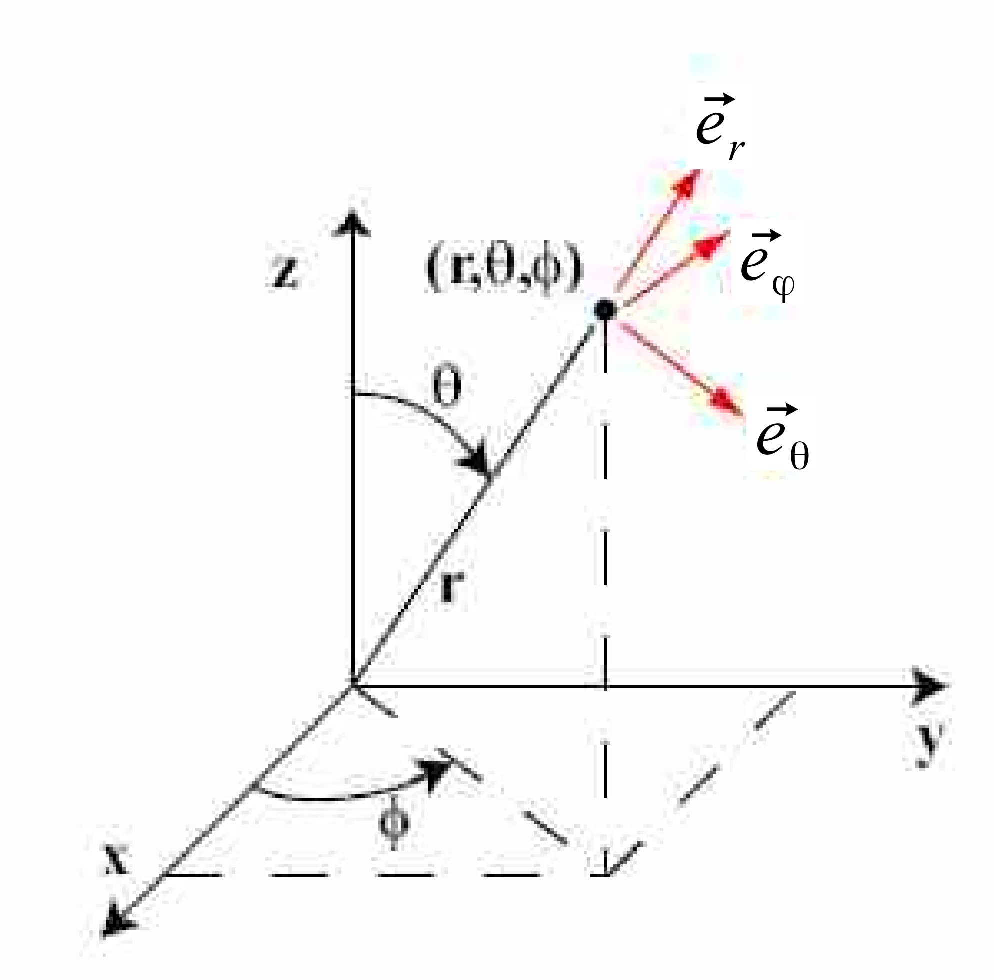
$$\psi = \sum c_a \psi_a$$

$$|\psi\rangle = \sum c_a |\psi_a\rangle$$

I dag

- Vi tar vår formalisme og går fra en til tre dimensjoner.
  - Lite med nye begreper.
  - Mer komplisert matematikk.

Sfæriske koordinater



$$x = r\cos\phi\sin\theta$$
$$y = r\sin\phi\sin\theta$$
$$z = r\cos\theta$$

$$r \in [0,\infty)$$
$$\theta \in [0,\pi]$$
$$\phi \in [0,2\pi]$$

$$dx\,dy\,dz = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$$

Underveisevaluering

Noen spørsmål om undervisningen:

1) Hvordan fungerer podcastene vi lager (de gangene utstyret har virket)?

2) Hva synes du om undervisningen på elektronisk tavle versus analog tavle?

3) Dersom du har sett de to forelesningene (fra 2011) som ble filmet med kamera, hva synes du om det versus podcast?

4) Andre kommentarer & idéer.

Legendre polynomer

$$P_l(x) \equiv \frac{1}{2^l l!}\left(\frac{d}{dx}\right)^l (x^2-1)^l$$

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2-1)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3-3x)$$

Assosierte Legendre funksjoner

$$P_l(x) \equiv \frac{1}{2^l\, l!}\left(\frac{d}{dx}\right)^l (x^2-1)^l$$

$$P_l^m(x) \equiv (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|} P_l(x)$$

$$P_0^0(\cos\theta) = 1$$

$$P_1^0(\cos\theta) = \cos\theta$$

$$P_1^1(\cos\theta) = \sin\theta$$

$$P_2^0(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$$

$$P_2^1(\cos\theta) = 3\sin\theta\cos\theta$$

$$P_2^2(\cos\theta) = 3\sin^2\theta$$

Oppsummering

- SL lar seg lett generalisere til tre dimensjoner fra den klassiske energien:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}}\nabla^2\Psi + V\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

- For et **sentralsymmetrisk potensiale**, V(r), er det naturlig å bruke **sfæriske koordinater**.
- Vi løser SL ved å se etter **separable løsninger** av formen $\Psi(\mathbf{r}) = R(r)Y(\theta,\varphi)$.
- Løsningene $Y(\theta,\varphi)$ er **sfæriske harmoniske**.