UiO : Fysisk institutt
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Forelesning 21

Are Raklev

Kort repetisjon

- H-atomet har et sentralsymmetrisk potensiale:

$$V(r) = -\frac{k}{r}, \qquad k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ eV nm}$$

- Separable løsninger av TUSL for H-atomet er gitt ved $\psi_{nlm}(\mathbf{r},t) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\varphi)$ hvor

$$Y_l^m(\theta,\varphi) = \epsilon\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}}\, e^{im\varphi} P_l^m(\cos\theta)$$

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na_0}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+1)!]^3}} \left(\frac{2r}{na_0}\right)^l e^{-\frac{r}{na_0}} L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na_0}\right)$$

Kort repetisjon

- Gir samme energikvantisering som Bohrs formel gjennom **hovedkvantetallet n**

$$E_n = -\frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2}\frac{1}{n^2}, \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

- Vi må introdusere to nye kvantetall, **asimutalt kvantetall l** og **magnetisk kvantetall m**.

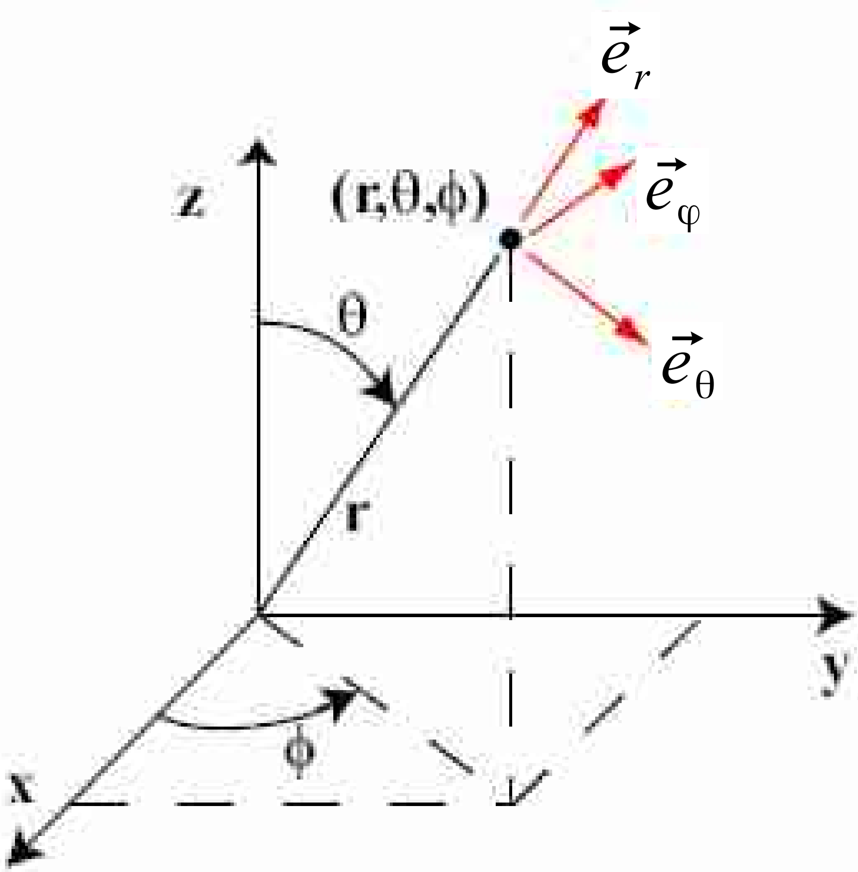
$$l = 0,1,\ldots,n-1 \qquad m = -l,-l+1,\ldots,l-1,l$$

- For problemer i mer enn én dimensjon observerer vi **degenerasjon**, det at flere tilstander har samme energi.

I dag

- **Angulærmoment** (tidligere kjent som spinn).
  - Tolkningen av de nye kvantetallene **l** og **m**.
- Avsnitt 4.3 i Griffiths.

Sfæriske koordinater



$$x = r\cos\phi\sin\theta$$
$$y = r\sin\phi\sin\theta$$
$$z = r\cos\theta$$

$$r \in [0,\infty)$$
$$\theta \in [0,\pi]$$
$$\phi \in [0,2\pi]$$

$$dx\,dy\,dz = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$$

Oppsummering

- Operatorene for komponentene til angulærmomentet kommuterer ikke

$$[L_x, L_y] = i\hbar L_z, \quad [L_y, L_z] = i\hbar L_x, \quad [L_z, L_x] = i\hbar L_y$$

- Men gjør det med det totale angulærmomentet

$$[L^2, L_x] = 0, \quad [L^2, L_y] = 0, \quad [L^2, L_z] = 0$$

- L^2 og L_z har da **samtidige egenfunksjoner** (de **sfæriske harmoniske**), med egenverdiene ħl(l+1) og ħm, der

$$l = 0,1,2,\ldots \qquad m = -l, -l+1, \ldots, l-1, l$$