



UiO : **Fysisk institutt**

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Forelesning 24



Ukens program

- **Tirsdag:** Topartikkeltilstander. (Avsnitt 5.1 i Griffiths)
- **Fredag:** Tog.
- **Gruppetimer:** Oblig 11 + Tilleggsoppgave Oppgave 5.6 fra Griffiths.
- **Kollokvium mandag:** Bosoner & fermioner.
- **NB!** Neste uke er det bare forelesning tirsdag!

Kort repetisjon

- Spinnoperatorene \hat{S}^2 og \hat{S}_z har de samme kommutatorene som angulærmoment og oppfyller derfor samme egenverdiligninger:

$$\hat{S}^2 \chi = \hbar^2 s(s+1) \chi \quad \hat{S}_z \chi = \hbar m_s \chi$$

$$s = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad m_s = -s, -s+1, \dots, s-1, s$$

- Mer **degenerasjon** for H-atomet: $d(n) = 2n^2$.
- Ytre magnetfelt splitter denne degenerasjonen (**Zeemaneffekt**):

$$E_{nmm_s} = E_n + \frac{eB}{2m_e} (\hbar m + g_e \hbar m_s)$$

Kort repetisjon

- Spinn gir også **finstruktur** i atomspektrum på grunn av kobling mellom spinn og angulærmoment (eget magnetfelt) i Hamiltonoperatoren (**spinn-bane kobling**).
- H-atomet beskrives da ved egenverdiene til de operatorene som kommuterer med hverandre

$$\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{S}^2, \hat{J}^2, \text{ og } \hat{J}_z$$

hvor \hat{J}^2 og \hat{J}_z er operatorene til **totalt angulærmoment**.

I dag

- Topartikkeltilstander (Avsnitt 5.1 i Griffiths)
 - Definisjon av bølgefunksjon.
 - Bølgefunksjoner for bosoner & fermioner.
 - Binding i H_2 -molekyl (kovalent binding).

Anyoner

- I tre dimensjoner kan partikler enten være fermioner eller bosoner:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \pm \Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$$

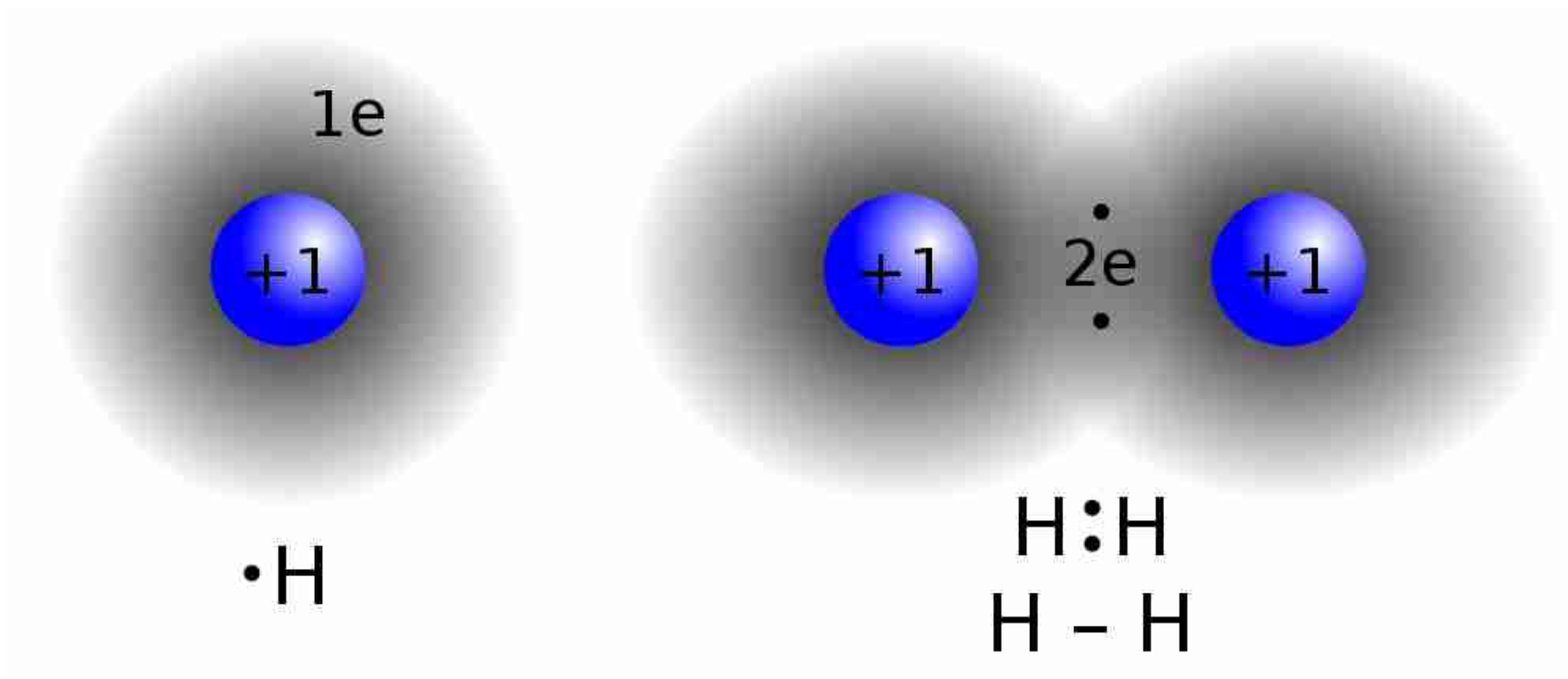
- I to dimensjoner kan de, overraskende nok, være noe i mellom, **anyoner**,

$$\Psi_{2D}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = e^{ia} \Psi_{2D}(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$$

[Leinaas, Myrheim, "*On the theory of identical particles*,"
Il Nuovo Cimento **B37** (1977)]

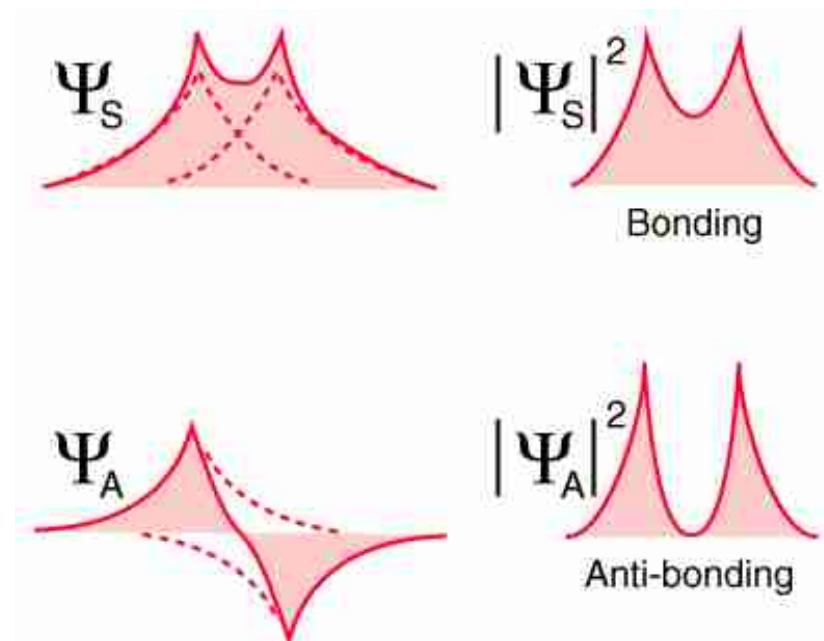
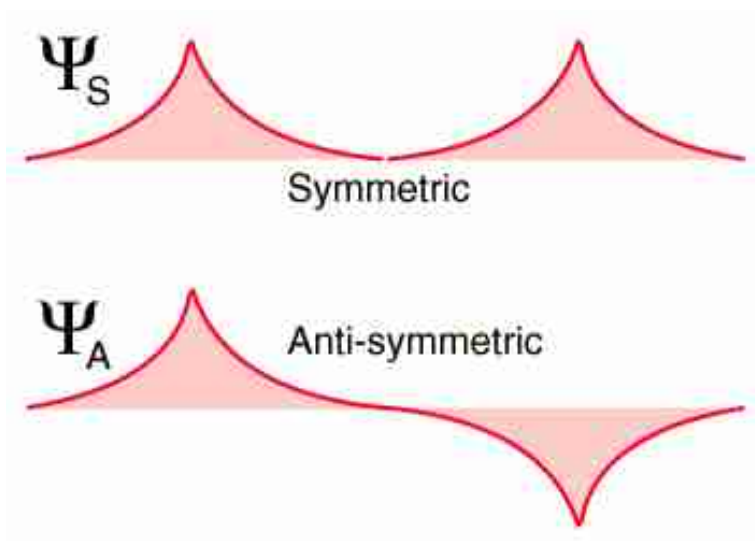
H₂-molekyl

[Heitler, London, 1927]



Hydrogenmolekyl - H₂

- **Kovalent binding** i H₂-molekylet er et resultat av en anti-symmetrisk bølgefunksjon for to elektroner i spin-singlet tilstanden.
 - Rom-del er symmetrisk, spin-del anti-symmetrisk.



Oppsummering

- Identiske partikler beskrives av **symmetriske** (boson, heltalls spinn) eller **anti-symmetriske** (fermion, halvtalls spinn) bølgefunksjoner.
- **Paulis eksklusjonsprinsipp**: to identiske fermioner kan aldri befinne seg i samme tilstand.
- **“Exchange force”**: identiske partikler med symmetrisk romlig bølgefunksjon er nærmere hverandre enn de med antisymmetrisk bølgefunksjon. En ren kvanteeffekt.

Oppsummering

- Kovalent binding i H_2 -molekylet er et resultat av en anti-symmetrisk bølgefunksjon for to elektroner i **singlet** tilstanden.
 - Rom-delen er symmetrisk, spin-delen anti-symmetrisk.