

## HJEMMEEKSAMEN FYS2160 HØSTEN 2005

### Oppgave 1

Vi skal i denne oppgaven tenke oss at vi har en enatomig ideell gass som er begrenset til et to-dimensjonalt rom ("tynn flat beholder"). Det kan vises at entropien for gassen er gitt ved (skal ikke vises)

$$S = Nk \left[ \ln \left( \frac{A}{N} \frac{2pmU}{Nh^2} \right) + 2 \right],$$

der A er arealet av det to-dimensjonale rommet (erstatter volumet V i det tre-dimensjonale tilfellet).

- Bestem temperaturen og trykket for gassen. Kommenter resultatene.
- Finn gassens kjemiske potensial. Diskuter hvordan uttrykket ditt avhenger av massen og tettheten ( $N/A$ ).

### Oppgave 2

En enatomig gass med N atomer brukes som medium i en Stirlingmaskin. Denne varmepumpen opererer syklisk med fire prosesser. Først en isoterm prosess 1→2 ved en høy temperatur  $T_h$ , så en isokor prosess 2→3 ved stort volum  $V_2$ , videre en isoterm prosess 3→4 ved lav temperatur  $T_l$ , og til slutt en isokor prosess 4→1 ved lite volum  $V_1$ . Vi antar at alle prosessene er reversible.

- Tegn prosessen inn i et PV-diagram. Vis at arbeidet som gassen utfører på omgivelsene i prosessen 1→2 er

$$\Delta W_{12} = NkT_h \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Gjør videre rede for at tilført varme blir  $\Delta Q_{12} = \Delta W_{12}$ .

- Finn tilsvarende utført arbeid og tilført varme for de tre andre prosessene. Verifiser at den indre energien U oppfører seg som en tilstandsvariabel.
- Vis at  $\frac{\Delta Q_{12}}{\Delta Q_{34}} = -\frac{T_h}{T_l}$ , og vis at effektiviteten e for maskinen er gitt ved

$$\frac{1}{e} = \frac{1}{e_c} + \frac{3}{2 \ln(V_2/V_1)},$$

der  $e_c$  er virkningsgraden for en Carnotmaskin som virker mellom temperaturene  $T_h$  og  $T_l$ . Hvordan kan Stirlingmaskinens effektivitet økes?

- I en virkelig Stirlingmaskin ordner en seg slik at varmen som avgis ved prosessen 2→3 lagres i et reservoar, og tilføres igjen ved prosessen 4→1. Beregn også maskinens effektivitet i dette tilfelle. Kommenter resultatet.

- e) Gjør om PV-diagrammet under a) til et ST-diagram (entropi-temperatur) slik at de samme prosessene er inkludert. Diagrammet skal være kvalitativt, men formen på linjene bør være noenlunde riktig (rette eller krumme). I resten av oppgaven vil du ha bruk for uttrykket for entropien for en enatomig ideell gass, dvs. ligning (2.49) i læreboka.
- f) Ved å ta utgangspunkt i Helmholtz fri energi  $F$  som er en tilstandsvariabel, skal du vise at arbeidet  $\Delta W$  utført av gassen under en syklus er gitt ved
- $$\Delta W = -\oint SdT ,$$
- der integralet er rundt hele syklusen.
- g) Beregn arbeidet  $\Delta W$  av ST-diagrammet og uttrykket under f), og sammenlign med resultatet fra a) og b).

### Opgave 3

Her skal du gjøre oppgave 5.6 i læreboka.

Hint: Du vil få bruk for relasjonene

$$\Delta H = \Delta Q + \Delta W_{other} , \quad \Delta G \leq \Delta W_{other} , \quad \Delta H = \Delta G + T \Delta S ,$$

som gjelder ved konstant trykk og temperatur. Pass på fortegnet for disse størrelsene!

$\Delta Q > 0$ : systemet tilføres varme,  $\Delta W_{other} > 0$ : systemet tilføres "annet" arbeid.