Oppgave 1

Bruk residy-teoremet til å beregne integralet

$$I = \int_0^{2p} \frac{dq}{1 + a\cos q} \ , \quad \text{a er reell, og } |a| \langle 1$$

Hint: innfør $z = e^{iq}$, $dq = \frac{dz}{iz}$, $\cos q = \frac{1}{2}(e^{iq} + e^{-iq}) = \frac{1}{2}(z + \frac{1}{z})$

Merk at når θ varierer fra 0 til 2π følger z en sirkel med radius 1 om origo.

Oppgave 2

Bruk residy-teoremet til å beregne integralet

$$I = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 + a^4} \ , \quad \text{a er reell}$$

Oppgave 3

Vi skal i denne oppgaven beregne prinsipalverdien av et integral hvor integranden har en enkel pol på den reelle aksen (se 20.17, side 760 i læreboka). Prinsipaldelen betegnes med symbolet P foran integraltegnet. Vis at

$$P\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+1)(x^2+2)} = \frac{p\sqrt{2}}{6}$$

Oppgave 4

Bruk residy-teoremet til å beregne integralet

$$I = \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{1 + x^2} dx$$

Hint: Start med den komplekse funksjonen $f(z) = \frac{ze^{iz}}{1+z^2}$, og integrer rundt en passende lukket kurve.