

Fasit-Obligatorisk oppgave i FYSKJM4710-Vekselvirkningsteori og dosimetri

a) Beskriv de generelle typer av vekselvirkning som bidrar til Collision stopping power, $(dT/\rho dx)_C$?

Svar: Se sidene 161-163 i Attix

Hva er den maksimale energien som kan overføres fra et 50 MeV proton til et elektron gjennom en hard kollisjon?

$$T'_{\max} = 2m_e c^2 \left(\frac{\beta^2}{1-\beta^2} \right), \quad \beta^2 = 1 - \left(\left(T / M_0 c^2 \right) + 1 \right)^{-2} = 1 - \left((50/938.26) + 1 \right)^{-2} = 0.098628$$

$$T'_{\max} = 1.022 \text{ MeV} \left(\frac{0.098628}{1 - 0.098628} \right) = \underline{\underline{0.1118 \text{ MeV}}}$$

Finn verdien for I og Z/A for luft og vann fra Appendix B.2. (Z/A må utledes fra $N_A Z/A$).

Svar: Vann: $I = 75.0 \text{ eV}$ $Z/A = 3.343 \cdot 10^{23} / N_A \text{ e/g} = \underline{\underline{0.5551 \text{ e/g}}}$

Luft: $I = 85.7 \text{ eV}$ $Z/A = 3.006 \cdot 10^{23} / N_A \text{ e/g} = \underline{\underline{0.4992 \text{ e/g}}}$

Regn ut den totale Collision stopping power, $(dT/\rho dx)_C$ for 50 MeV protoner i vann og luft.

$$\left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_{C,H_2O} = 0.3071 \text{ MeV} \frac{Z z^2}{A \beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} \right) - \beta^2 \right] = 0.3071 \text{ MeV} \frac{Z z^2}{A \beta^2} \left[\ln \left(\frac{T'_{\max}}{I} \right) - \beta^2 \right]$$

$$\begin{aligned} \text{Svar:} \quad &= 0.3071 \frac{0.5551}{0.098628} \text{ MeV cm}^2 \cancel{/g} \left[\ln \left(\frac{0.1118 \text{ MeV}}{(75.0 \text{ eV})} \right) - 0.098628 \right] \\ &= 1.728 \text{ MeV cm}^2 \cancel{/g} [7.307 - 0.098628] = \underline{\underline{12.46 \text{ MeV cm}^2 \cancel{/g}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_{C,Luft} &= 0.3071 \text{ MeV} \frac{Z z^2}{A \beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} \right) - \beta^2 \right] = 0.3071 \text{ MeV} \frac{Z z^2}{A \beta^2} \left[\ln \left(\frac{T'_{\max}}{I} \right) - \beta^2 \right] \\ &= 0.3071 \frac{0.4992}{0.098628} \text{ MeV cm}^2 \cancel{/g} \left[\ln \left(\frac{0.1118 \text{ MeV}}{(85.7 \text{ eV})} \right) - 0.098628 \right] \\ &= 1.554 \text{ MeV cm}^2 \cancel{/g} [7.174 - 0.098628] = \underline{\underline{10.99 \text{ MeV cm}^2 \cancel{/g}}} \end{aligned}$$

b) I Appendix D.1 er elektroniske Klein og Nishina tverrsnitt gitt.

Finn fra tabellen K-N-verdiene for det elektronisk tverrsnittet, ${}_{e\gamma}\sigma$, og det elektronisk tverrsnitt for energioverføring, ${}_{e\gamma}\sigma_{tr}$ til 50 keV fotoner.

Svar: $\underline{\underline{0.5615 \cdot 10^{-24}}}$ og $\underline{\underline{0.4532 \cdot 10^{-25}}}$

Regn ut Comptonspredningens bidrag til masseattenuasjonskoeffesienten, σ/ρ , og masseenergi-overføringskoeffesienten, σ_{tr}/ρ , for 50 keV fotoner i luft og vann. Bruk elektrontettheten ($N_A Z/A$) i Appendix B.2.

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{comp, luft}} = \frac{N_A Z}{A} e \sigma = 3.006 \cdot 10^{23} \cdot 0.5616 \cdot 10^{-24} = \underline{\underline{0.1688 \text{ cm}^2 / \text{g}}}$$

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{tr, comp, luft}} = \frac{N_A Z}{A} e \sigma = 3.006 \cdot 10^{23} \cdot 0.4532 \cdot 10^{-25} = \underline{\underline{0.01362 \text{ cm}^2 / \text{g}}}$$

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{comp, vann}} = \frac{N_A Z}{A} e \sigma = 3.343 \cdot 10^{23} \cdot 0.5615 \cdot 10^{-24} = \underline{\underline{0.1877 \text{ cm}^2 / \text{g}}}$$

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{tr, comp, vann}} = \frac{N_A Z}{A} e \sigma = 3.343 \cdot 10^{23} \cdot 0.4532 \cdot 10^{-25} = \underline{\underline{0.01515 \text{ cm}^2 / \text{g}}}$$

De totale koeffesienten er: $(\mu/\rho)_{\text{luft}} = 0.206 \text{ cm}^2/\text{g}$ og $(\mu_{\text{tr}}/\rho)_{\text{luft}} = 0.0406 \text{ cm}^2/\text{g}$
 $(\mu/\rho)_{\text{vann}} = 0.225 \text{ cm}^2/\text{g}$ og $(\mu_{\text{tr}}/\rho)_{\text{vann}} = 0.0418 \text{ cm}^2/\text{g}$

Regn ut andelen av de totale koeffesienten som skyldes Comptonspredning?

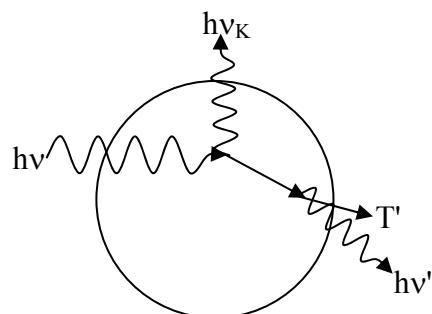
Svar: Luft: $0.1688/0.206 = 0.819$, $0.01362/0.0406 = 0.335$

Vann: $0.1877/0.225 = 0.834$, $0.01515/0.0418 = 0.362$

Hvorfor er andelen som skyldes Comptonspredning mindre for masseenergioverføringskoeffesientene, μ_{tr}/ρ , enn for masseattenuasjonskoeffesientene, μ/ρ ?

Svar: Det er to prosesser som dominerer: compton-spredning og fotoelektrisk-effekt. Forskjellen når det gjelder overført energi er at ved compton-spredning vil bare en andel av energien overføres til elektronet, denne andelen vil variere med spredningsvinkelen. For fotoelektrisk-effekt vil all energi minus bindingsenergien til elektronet overføres til fotonet. Dette medfører at ved denne energien i disse materialene vil compton være den dominerende effekten for masseattenuasjonskoeffesienten mens fotoelektrisk-effekt vil være den dominerende for masseenergi-overføringskoeffesienten.

c) Et foton kommer inn mot et lite volum av interesse, der vekselvirkninger som vist finner sted:



Hvilken prosess er det som terminerer ferden til fotonet?

Svar: fotoelektrisk-effekt

Hvilke prosesser er det som gir opphav til fotonet med energi $h\nu'$?

Svar: Bremsestråling.

Bestem overført energi (ϵ_{tr} , *energy transferred*), netto overført energi (ϵ^n_{tr} , *net energy transferred*) og absorbert energi (ϵ , *absorbed energy*).

(Ingen utregninger skal gjøres her; gi svaret uttrykt ved $h\nu$, $h\nu_K$, $h\nu'$ og T').

$$R_{in,u} = h\nu, \quad R_{out,u-rl} = h\nu_K, \quad \epsilon_{tr} = R_{in,u} - R_{out,u-rl} + \sum Q = \underline{\underline{h\nu - h\nu_K}}$$

$$\epsilon^n_{tr} = R_{in,u} - R_{out,u} + \sum Q = \underline{\underline{h\nu - h\nu_K - h\nu'}}$$

$$\epsilon = R_{in,u} + R_{in,c} - R_{out,u} - R_{out,c} + \sum Q = \underline{\underline{h\nu - h\nu_K - h\nu' - T'}}$$

d) Hvorfor kan masseenergiabsorpsjonskoeffisienten, μ_{en}/ρ , med god tilnærming settes lik μ_{tr}/ρ når fotonenergien er 50 keV og materialet er vann eller luft?

$$\text{Svar: } \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{en} = \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{tr} (1-g)$$

g: andelen av den kinetiske energien gitt til sekundærelektroner fra fotoner som resulterer i bremsestråling. Vann har lavt atomnummer og elektronene har i dette tilfellet lav energi, hvilket betyr at bremsestrålingsproduksjonen er minimal $\rightarrow g \approx 0$. Dermed: $\left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{en} \approx \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{tr}$

Definér eksposisjon, og hvordan dose til luft fremkommer fra denne størrelsen ved fotonbestrålning med ladd partikkellikevekt.

Svar: Se s. 29 – 31 i Attix

e) Et luftfylt ionekammer plasseres i vann. Ved hjelp av ett elektrometer måles antall ladninger til $Q = 50 \text{ nC}$ over et tidsrom på 2 min – strålekilden er en 50 keV monoenergetisk fotonkilde (CPE kan antas). Kammerets luftvolum er $V = 0.65 \text{ cm}^3$, luftens tetthet er $\rho_{luft} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ og midlere energi per ladning i luft er $W/e = 33.97 \text{ J/C}$.

Hva er eksposisjonen X i ionekammeret?

$$\text{Svar: } X = \frac{Q}{m} = \frac{Q}{\rho V} = \frac{50 \cdot \text{nC}}{1.2 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3 \cdot 0.65 \text{ cm}^3} = 64 \mu\text{C/g} = \underline{\underline{64 \text{ mC/kg}}}$$

Hva er energifluensen til fotonfeltet?

$$\text{Svar: } \Psi = \frac{X \left(\frac{\bar{W}}{e} \right)_{luft}}{\left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{en,luft}} = \frac{64.1 \mu\text{C/g} \cdot 33.97 \text{ J/C}}{0.0406 \text{ cm}^2/\text{g}} = \underline{\underline{53.6 \text{ mJ/cm}^2}}$$

Hva blir dose til luft?

Svar: $D_{luft} = X \left(\frac{\bar{W}}{e} \right)_{luft} = 64.1 \mu C/g \cdot 33.97 J/C = \underline{\underline{2.18 Gy}}$

Hva blir doseen og doseraten til vann?

$$\frac{D_{vann}}{D_{luft}} = \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{luft}^{vann} \approx \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{luft}^{vann} = \frac{0.418}{0.406} = 1.0296$$

Svar: $D_{vann} = 1.0296 \cdot D_{luft} = 1.0296 \cdot 2.18 Gy = \underline{\underline{2.24 Gy}}$

$$\dot{D}_{luft} = \frac{\Delta D_{luft}}{\Delta t} = \frac{2.24 Gy}{2 min} = \underline{\underline{1.12 Gy/min}}$$

f) Sett måleresultatet av antall ladninger i oppgave e) lik M. Ut fra definisjonen av en kalibreringsfaktor for dose til vann, hva blir kalibreringsfaktoren for kammeret $N_{D,vann}$ (i mGy/nC) ved den aktuelle fotonenergien?

Svar: $D_{vann} = M \cdot N_{D,vann} \quad N_{D,vann} = D_{vann}/M = 2.24 Gy/50 nC = \underline{\underline{44.8 mGy/nC}}$

Den samme eksposisjonen produseres av 50 MeV protoner. Bruk Bragg-Gray teori og verdien for collision stopping power funnet i a) til å beregne energifluensen til disse?

Svar: $\Psi = \frac{X \left(\frac{\bar{W}}{e} \right)_{luft} \cdot T_0}{\left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_{luft}} = \frac{64.1 \mu C/g \cdot 33.97 J/C \cdot 50 MeV}{10.99 MeV cm^2/g} = \underline{\underline{9.91 mJ/cm^2}}$

Hva er dose til vann fra protonene?

Svar: $\frac{D_{vann}}{D_{luft}} = \left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_{luft}^{vann} = \frac{12.45}{10.99} = 1.133$
 $D_{vann} = 1.133 \cdot D_{luft} = 1.133 \cdot 2.18 Gy = \underline{\underline{2.47 Gy}}$

For disse 50 MeV protonene, bestem strålekvalitetskorreksjonen k_Q , i kalibreringsfaktoren

$N_{D,vann}$ funnet for 50 keV fotoner.

Svar:

$$D_{vann,Q} = M_Q N_{D,vann} k_Q$$

$$k_Q = \frac{D_{vann,Q}}{M_Q N_{D,vann}} = \frac{2.47 Gy}{50 nC \cdot 44.8 mGy/nC} = 1.10$$