0.0.1 Om harmoniske bølgjer i 3 dimensjonar

I fasorrepresentasjon kan harmoniske bølgjer i tre dimensjonar skrivast

$$E(x,y,z,t) = \mathrm{Re}\left[\bar{E}(x,y,z)\, e^{j\omega t}\right].$$

Fasoren $\bar{E}$ kan vi skrive på to måtar:

$$\bar{E} = E_p + jE_q = \left|\bar{E}\right| e^{i\phi}, \quad \text{slik at} \quad E_p = \left|\bar{E}\right| \cos(\phi) \quad \text{og} \quad E_q = \left|\bar{E}\right| \sin(\phi).$$

Dermed blir

$$E(x,y,z,t) = \left|\bar{E}(x,y,z)\right| \cos(\omega t + \phi) = E_p(x,y,z)\cos(\omega t) - E_q(x,y,z)\sin(\omega t).$$

Vi ser at $E_p = \mathrm{Re}\left(\bar{E}\right)$ gjev den delen av E som svingar i fase med $\cos(\omega t)$, medan $E_q = \mathrm{Im}\left(\bar{E}\right)$ gjev det som svingar i fase med $\sin(\omega t)$, dvs $\pi/2$ (90 grader) ute av fase med $\cos(\omega t)$, eller i kvadratur, som vi seier. Ofte representerer $E(x,y,z,t)$ svingingar som ein strålingskjelde utfører, slik at når $E_p(x,y,z)$ representerer svingingar i fase med kjelden, så vil $E_q(x,y,z)$ representer svingingar i kvadratur med kjelden. Merk at både E_p og E_q representerer fysiske svingningar, sjølv om vi brukar fasorrepresentasjon.

Med fasorrepresentasjon av den elektriske feltstyrken $\mathbf{E}$ og den magnetiske flukstettleiken $\mathbf{B}$ kan vi f.eks. skrive $\mathbf{E}(x,y,z,t) = \mathrm{Re}\left[\bar{\mathbf{E}}(x,y,z)\exp(\omega t)\right]$, og tilsvarande for magnetfeltet og straumtettleiken. Maxwells curl-likningar får då forma

$$\nabla \times \bar{\mathbf{E}} = -j\omega\bar{\mathbf{B}} \quad \text{og} \quad \nabla \times \left(\bar{\mathbf{B}}/\bar{\mu}\right) = +j\omega\bar{\varepsilon}\bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{J}}$$

Når permittiviteten $\bar{\varepsilon}$ og permeabiliteten $\bar{\mu}$ er avhengige av posisjon og frekvens, er det Maxwells likningar på denne forma, i frekvensplanet (og ikkje den tidsavhengige forma), som ein brukar til å definere $\bar{\varepsilon}$ og $\bar{\mu}$. Dei må generelt vera komplekse, fordi $\bar{\mathbf{D}}$ treng ikkje svinge i fase med $\bar{\mathbf{E}}$, og $\bar{\mathbf{H}}$ treng ikkje svinge i fase med $\bar{\mathbf{B}}$.