Fraunhoferdiffraksjon

La så avstanden z frå x-aksen til observasjonspunktet vera så stor at vi kan sjå bort frå leddet med x'^2 i likning (21). Vilkåret for å gjera det er at $z \gg kx_0^2$, der x_0 er vald slik at vi trygt kan avgrense integrasjonsområdet i (21) til $|x'| < x_0$. Vilkåret $z \gg kx_0^2$ blir kalla **fraunhofervilkåret**. Når det er oppfylt, får likning (21) forma

$$\bar{E}(x,z) = \exp\left[-jkz\left(1 + (x/z)^2/2\right)\right]\sqrt{j/(\lambda z)} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \bar{E}_0(x') \exp(jkxx'/z). \tag{25}$$

Vi avgrensar oss til stråling som er godt samla langs z-aksen, slik at vi kan bruke tilnærminga

$$r = \sqrt{x^2 + z^2} \approx z\left[1 + (x/z)^2/2\right]. \tag{26}$$

Likning (25) kan då skrivast

$$\bar{E}(x,z) = \exp(-jkr)\sqrt{j/(\lambda z)} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \bar{E}_0(x') \exp(jx'kx/z). \tag{27}$$

Når feltet er godt samla langs z-aksen blir vinkelen θ som observasjonsretninga lagar med z-aksen liten: $\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta = x/z$. Av likning (27) ser vi då at vinkelfordelinga til feltet langt frå origo då blir fouriertransformen av feltfordelinga langs x-aksen. Det er dette som heiter fraunhoferdiffraksjon, og feltet vi observerer kallar vi fjernfeltet.

For fraunhoferdiffraksjon er tilnærminga (26) ekvivalent med paraksialtilnærminga.(4b), og blir også kalla det same.

I tre dimensjonar får vi tilsvarande (med $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$) at fjernfeltet blir

$$\bar{E}(x,y,z) = \exp(-jkr)(j/(\lambda z)) \iint_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \bar{E}_0(x',y') \exp(jx'kx/z + jy'ky/z). \tag{28}$$

Dersom strålebunten ikkje er godt samla langs z-aksen gjeld ikkje paraksialtilnærminga, polarisasjonen treng ikkje vera transversal, og fjernfeltet er ikkje lenger fouriertransformen av feltfordelinga i x-y-planet. Vi treng paraksialtilnærminga for at (27) og (28) skal vera gyldige.

Likning (28) er same likning som (10.53) i læreboka av Rao, med det unntak at vi i (10.53) finn r der vi i (28) har z. Sidan likningane bare er gyldige når paraksialtilnærminga gjeld, så er det like rett å bruke z som r i likninga, men forma (10.53) er den som ein vanlegvis møter i lærebøker.