Fresneldiffraksjon

Sjå på ei vilkårleg feltfordeling langs x-aksen, $\bar{E}(x,0) = \bar{E}_0(x)$. Då kan vi på same måten som i likning (6) for gaussfordelinga skrive

$$\bar{E}(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dx' \bar{E}_0(x') \exp[jk_x(x'-x) - jk_z z]. \tag{19}$$

Som for gaussfordelinga går vi ut frå at feltfordelinga $\bar{E}_0(x)$ varierer sakte som funksjon av x, slik at vi får ein strålebunt som er godt samla langs z-aksen, ein såkalla paraksial strålebunt. Vi kan då bruke det som blir kalla **paraksialtilærminga** eller **fresneltilnærminga,** likning (4b): $k_z \approx k\left[1-(k_x/k)^2/2\right]$, og får

$$\bar{E}(x,z) = \frac{\exp(-jkz)}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dx' \bar{E}_0(x') \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \exp[jk_x(x'-x) + jk_x^2 z/(2k)]. \tag{20}$$

Med å innføre ny integrasjonsvariabel $k_x' = k_x + k(x'-x)/z$ kan vi endå eingong bruke gaussintegralet (3) og få

$$\bar{E}(x,z) = \exp(-jkz)\sqrt{\frac{jk}{2\pi z}}\int_{-\infty}^{\infty} dx' \bar{E}_0(x') \exp\left[-jk(x'-x)^2/(2z)\right], \tag{21}$$

som med skifte av integrasjonsvariabel,

$$u = \sqrt{k/(\pi z)}\,(x'-x) = \sqrt{2/(\lambda z)}\,(x'-x), \tag{22}$$

kan skrivast

$$\bar{E}(x,z) = \exp(-jkz)\sqrt{j/2}\int_{-\infty}^{\infty} du \bar{E}_0\left(x + u\sqrt{\pi z/k}\right) \exp(-j\pi u^2/2). \tag{23}$$

Det enklaste tilfellet er diffraksjon frå ein kant: $\bar{E}_0(x) = 0$ for $x < 0$ og $\bar{E}_0(x) = E_0$ for $x > 0$:

$$\bar{E}(x,z) = E_0 \exp(-jkz)\sqrt{j/2}\int_{-x\sqrt{2/(\lambda z)}}^{\infty} du \exp(-j\pi u^2/2). \tag{24}$$

Dette er eit integral som er grundig studert, og vi får f.eks diagrammet nedanfor for irradiansen $I(x,z) = |\bar{E}(x,z)|^2/(2\eta)$, når η er bølgjeimpedansen. I diagrammet er innkomande irradians $I_0 = E_0^2/(2\eta)$ og abscissen $u_1 = x\sqrt{2/(\lambda z)}$.

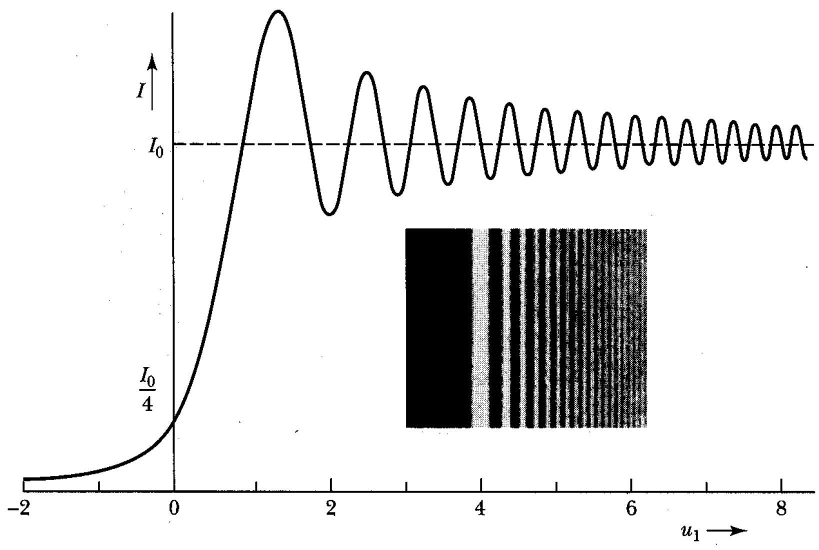

FIGURE 13-3. The Fresnel knife-edge pattern. [From M. Cagnet, M. Françon, and J. C. Thrierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Springer-Verlag, Berlin, 1962 (Ca62).]