Refleksjon frå metalloverflate

Vi tek utgangspunkt i det som står på side 251-253 i kapitel 4 i læreboka.

For eit metall er brytningsindeksen kompleks, og ofte skreven

$$\bar{n} = n(1 - j\varkappa)$$

der $\varkappa$ blir kalla ekstinksjonskoeffisienten. For ein god leiar med leidningsevne σ er

$$\bar{n} = n(1 - j) = c\sqrt{\mu\sigma/(2\omega)}\,(1 - j)$$

Vi går vidare ut frå at metallet er umagnetisk ($\mu = \mu_0$). Då blir bølgjeimpedansen i metallet

$$\bar{\eta} = \eta_0/\bar{n} = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\,/\bar{n}.$$

Vi ser på refleksjon frå ei metalloverflate i luft, og tek utgangspunkt i figur 8.18 på side 559 i læreboka, med luft over og metall under grenseflata som ligg i y-z-planet. Vi brukar indeks 1 for luft og 2 for metall. Den transmitterte bølgja inni metallet har gangvektoren

$$\bar{\boldsymbol{\gamma}}_2 = j\bar{n}_2(\omega/c)(\hat{\mathbf{x}}\cos\bar{\theta}_2 + \hat{\mathbf{z}}\sin\bar{\theta}_2).$$

Snells brytningslov er uttrykk for at variasjonen i feltet når ein går i z-retning er den same på begge sider av overflata. Skal vi få til det, må z-komponenten av gangvektoren vera den same inni metallet som utanfor:

$$\bar{n}_2\sin\bar{\theta}_2 = \sin\theta_1.$$

Denne likninga har same form som Snells lov for eit dielektrikum, men sidan brytningsindeksen i metallet er kompleks blir også brytningsvinkelen $\bar{\theta}_2$ kompleks, som markert med overstreken. Den tilhøyrande kosinusen blir

$$\cos\bar{\theta}_2 = \pm\sqrt{1 - \sin^2\bar{\theta}_2} = \pm\sqrt{1 - (\sin\theta_1/\bar{n}_2)^2}\,.$$

z-komponenten av gangvektoren blir altså reint imaginær, medan x-komponenten blir generelt kompleks. Ein slik gangvektor representerer ei bølgje som går på skrå inn i metallet og blir svekka eksponensielt med avstanden frå metalloverflata. (Merk at i eit metall er vanlegvis $|\bar{n}_2| \gg 1,$ slik at $|\bar{\theta}_2|$ er ein liten vinkel.)

Det er viktig å passe på å få rett forteikn i kvadratrotuttrykket for $\cos\bar{\theta}_2$. Vi veit at i eit metall blir bølgjene svekka når dei går. Dermed må real- og og imaginærdelen til $j\bar{n}_2\cos\bar{\theta}_2$ alltid ha same forteikn, ulikt forteikn for bølgjer som går i positiv og negativ x-retning, og vi endar opp med forteiknet minus i rotuttrykket for $\cos\bar{\theta}_2$ for bølgjer som går i positiv x-retning og pluss for bølgjer som går i negativ x-retning.

Likningane (8.75a) og b) gjev då for refleksjons- og transmisjonskoeffisientane

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\bar{\eta}_2\cos\bar{\theta}_2 - \eta_0\cos\theta_1}{\bar{\eta}_2\cos\bar{\theta}_2 + \eta_0\cos\theta_1} = \frac{\cos\bar{\theta}_2 - \bar{n}_2\cos\theta_1}{\cos\bar{\theta}_2 + \bar{n}_2\cos\theta_1} \approx -1$$

$$\text{og}\quad \tau_{\parallel} = \frac{2\bar{\eta}_2\cos\theta_1}{\bar{\eta}_2\cos\bar{\theta}_2 + \eta_0\cos\theta_1} = \frac{2\cos\theta_1}{\cos\bar{\theta}_2 + \bar{n}_2\cos\theta_1} \approx \frac{2}{\bar{n}_2}.$$

Tilnærmingane gjeld dersom $|\bar{n}_2\cos\theta_1| \gg 1.$ For radio- og mikrobølgjefrekvensar i dei fleste metall har vi at $|\bar{n}_2| \gg 1.$ Vi ser at då blir nesten all stråling reflektert frå metallet, om ikkje innfallsvinkelen er altfor nær $\pi/2$. For optiske frekvensar ($f > 10^{14}$ Hz) er $|\bar{n}_2|$

vanlegvis ikkje så stor, ofte mindre enn 10, og vi kan ikkje rekne metallet som ein god leiar. Reflektansen blir då mindre enn ein, og feltet trenger litt inn i metallet. Då blir heller ikkje $\bar{\theta}_2$ ein liten vinkel, og det er best å bruke datamaskin for å rekne på formlane.