

Figure 1: Oppstigningen i oppgave A.21.T.

GEF2200 Atmosfærefysikk 2014

Løsningsforslag til gamle midttermoppgaver

A.21.T

– a –

Vi antar tørr luft, og ser at lapse raten (Γ for omgivelsene) alltid er mindre enn tørradiabaten (se Figur 1). Dermed vil luft som heves adiabatisk (følger Γ_d) alltid bli kaldere enn omgivelsene, og da er alle lagene stabile.

– b –

Kondensasjonsnivået for heving (LCL) er definert som det nivået en fuktig luftpakke må heves adiabatisk til for å oppnå metning. For den adiabatiske hevingen er blandingsforholdet bevart, så vi finner metning der vi krysser linjen for konstant blandingsforhold.

For 900hPa har vi oppgitt $T_d = 5^\circ$. Vi vet at blandingsforholdet ved temperaturen T er gitt som

$$w(T) = w_s(T_d) \quad (1)$$

så vi finner blandingsforholdet ved å følge linjene for konstant blandingsforhold fra T_d ned til bunnen av sondediagrammet, $w \approx 6.2\text{g/kg}$.

LCL finner vi ved å heve luftpakken adiabatisk (langs tørradiabaten) til vi treffer linjen for w , nemlig rundt 820-830hPa.

– c –

Et gjennomblandet lag betyr to ting:

1. Den statiske stabiliteten er nøytral: Når luften varmes opp nedenfra, vil den bli ustabil og stige, og dermed blande seg med luften over (dette er egentlig turbulens, og hører hjemme i grenselagskapittelet). På den måten utjevnes ustabiliteten, og laget vil forbli nøytralt.
2. Blandingsforholdet er konstant, siden laget er godt blandet.

Når det oppstår metning i 850hPa, så kan vi derfor finne temperaturen ved 1000hPa ved å følge tørradiabaten ned til 1000hPa. Den blir ca $T = \theta = 21 - 22^\circ\text{C}$.

Vi kan også lese av blandingsforholdet ved 850hPa, og det vil gjelde for hele laget. Ved å lese av temperaturen langs linjen med konstant w , får vi duggpunktstemperaturen. Ved 1000hPa er den $T_d \approx 10.2^\circ\text{C}$.

– d –

Luften ved 850hPa er nå mettet, og ved videre heving er den ustabil (den følger pseudoadiabaten og blir varmere enn omgivelsene). Luftpakken fortsetter å stige helt til den blir stabil, dvs. når temperaturen er kaldere enn omgivelsene.

Det skjer ca mellom 480 og 490hPa.

Vi kan forvente cumulusskyer/konvektive skyer. (Fuktig ustabil luft kalles konvektiv.)

– e –

I denne oppgaven skal vi finne en sammenheng mellom tetthet ($\varrho = 1/\alpha$) og trykk (p), så det er fornuftig å bruke de to måtene vi kan skrive TD1 på:

$$dq = c_v dT + p d\alpha = 0 \quad (2)$$

$$dq = c_p dT - \alpha dp = 0 \quad (3)$$

$$(4)$$

Vi setter $dT = dT$ (eller setter dT fra den ene inn i den andre), og får

$$-\frac{p d\alpha}{c_v} = \frac{\alpha dp}{c_p} \quad (5)$$

$$-\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{c_v dp}{c_p p} \quad (6)$$

$$(7)$$

Vi integrerer fra p, α til p_0, α_0

$$-\int_{\alpha}^{\alpha_0} \frac{d\alpha}{\alpha} = \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{c_v}{c_p} \int_p^{p_0} \frac{dp}{p} \quad (8)$$

$$\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = \frac{c_v}{c_p} \ln\left(\frac{p_0}{p}\right) \quad (9)$$

$$(10)$$

og husker at siden $\alpha = 1/\varrho$, så må $\alpha_0 = 1/D$:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{1/\varrho}{1/D} = \frac{D}{\varrho} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{c_v}{c_p}} \quad (11)$$

som er det vi ville vise.

Fra ligningen for potensiell temperatur, setter vi inn tilstandsligningen for de gitte temperaturene, $T = p/R\varrho$ og $\theta = p/RD$:

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (12)$$

$$\frac{p_0}{RD} = \frac{p}{R\varrho} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (13)$$

$$\frac{p_0}{p} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{-\frac{R}{c_p}} = \frac{D}{\varrho} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} D &= \varrho \left(\frac{p_0}{p}\right)^{1-\frac{R}{c_p}} = \varrho \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{c_p-R}{c_p}} \\ &= \varrho \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{c_v}{c_p}} \end{aligned} \quad (15)$$

– f –

Dette kan løses på to måter. Enten ved å betrakte $d\rho/dz$ og dT/dz på en figur, eller ved beregning.

Ved beregning: Ta den naturlige logaritmen til både ligningen for potensiell temperatur og potensiell tetthet.

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{c_p} \ln p_0 - \frac{R}{c_p} \ln p \quad (16)$$

$$\ln D = \ln \rho + \frac{c_v}{c_p} \ln p_0 - \frac{c_v}{c_p} \ln p \quad (17)$$

Sett inn tilstandsligningen for ρ :

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \ln D &= \ln p - \ln R - \ln T + \frac{c_v}{c_p} \ln p_0 \\ &\quad - \frac{c_v}{c_p} \ln p \end{aligned} \quad (19)$$

Og deriver ligningene (16) og (19) mhp. z :

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dz} - \frac{R}{c_p} \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} \quad (20)$$

$$\frac{1}{D} \frac{dD}{dz} = -\frac{1}{T} \frac{dT}{dz} - \left(\frac{c_v}{c_p} - 1 \right) \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} \quad (21)$$

Ved å snu om litt på den siste ligningen, og bruke at $R = c_p + c_v$:

$$\frac{1}{D} \frac{dD}{dz} = - \left[\frac{1}{T} \frac{dT}{dz} - \frac{R}{c_p} \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} \right] \quad (22)$$

$$= - \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dz} \quad (23)$$

Vi ser altså at når potensiell tetthet (D) avtar med høyden, så øker potensiell temperatur med høyden. Vi har dermed statisk stabil luft når

$$\frac{\partial D}{\partial z} < 0 \quad (24)$$

Figurativt:

Plott en figur med høyden som y-akse og temperatur som x-akse som i Figur 2. Her er det viktig å huske at $1/\rho$ øker med økende T . Det betyr at ρ avtar med økende T , og det samme vil gjelde for D .

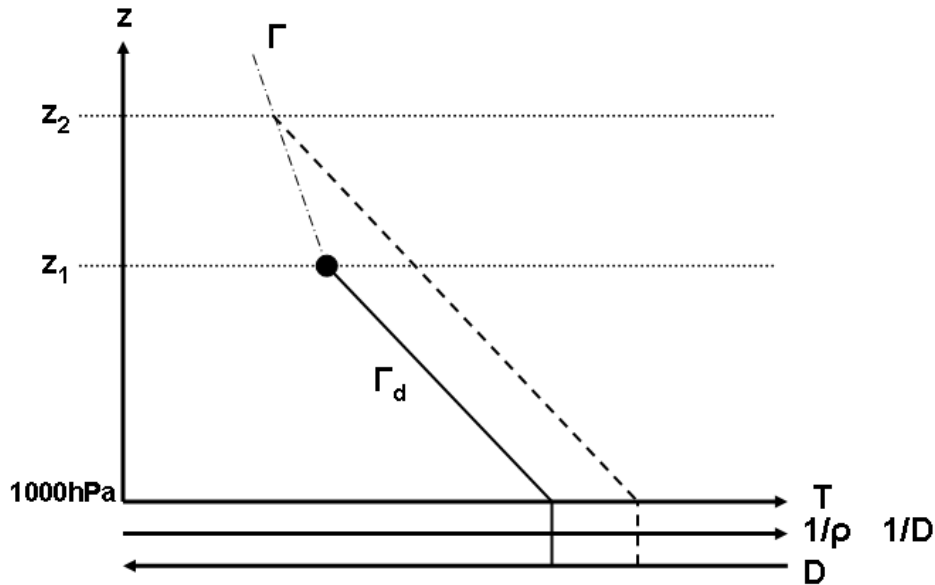


Figure 2: Betraktning av potensiell tetthet.

Sett av et punkt i høyden z_1 . For å finne korresponderende D for denne luftpakken, følger vi tørradiabaten (Γ_d) ned til 1000hPa (ned til x-aksen).

Vi skal se hva som skjer når D avtar med høyden, og starter da med en lavere D (D avtar mot høyre) og følger tørradiabaten oppover til punktet z_2 (som ligger over z_1). Vi har dermed funnet temperaturen i høyden z_2 og kan tegne opp omgivelsenes temperaturgradient (Γ).

Vi ser da at når $\partial D/\partial z < 0$, så er $\Gamma < \Gamma_d$, og luften er stabil.

A.22.T

Denne oppgaven løses best ved å tegne oppstigningen på et sondediagram (Figur 3). (Dette var i utgangspunktet en multiple choice-oppgave, men er forklart litt nærmere her.)

1. Vi ser bare på den svarte linjen (tørr luft).
 - a. CD er stabilt; utsagnet er feil.
 - b. BC er stabilt; utsagnet er feil.
 - c. DC er stabilt; utsagnet er feil.
 - d. BC er stabilt; utsagnet er korrekt.

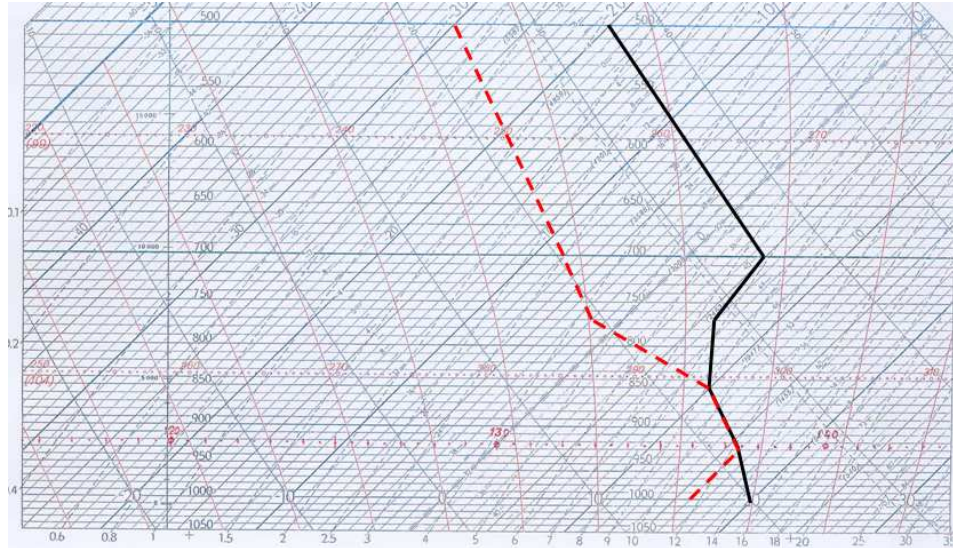


Figure 3: Oppstigningen i oppgave A.22.T.

- e. AB er stabilt; utsagnet er feil.
2. Her skal vi ta hensyn til fuktigheten. Alle utsagnene omhandler statisk stabilitet, så vi trenger ikke se på konvektiv instabilitet.
 - a. CD er umettet, og oppfører seg derfor som tørr luft. CD er altså stabilt; utsagnet er feil. (Det kan være verdt å merke seg at selv om punktet C er mettet, så vil det i forhold til temperaturgradienten ikke være ustabil.)
 - b. BC er mettet og vi må se på temperaturgradienten i forhold til pseudoadiabaten. BC er derfor ustabil; utsagnet er korrekt.
 - c. BC er som sagt ustabil; utsagnet er feil.
 - d. BC er som sagt ustabil; utsagnet er feil.
 - e. AB er fortsatt stabilt; utsagnet er feil.
 3. LCL finner vi ved å løfte luftpakken adiabatisk (langs tørradiabaten) til den oppnår metning. Dette er når den krysser linjen for konstant blandingsforhold gitt for punkt A (blandingsforholdet følger luftpakken under oppstigningen, siden luftpakken ses på som et lukket system). LCL er da ca 940hPa.
 4. Dersom en statisk stabil luftpakke heves adiabatisk fortsatt er stabil ved LCL, men vil bli ustabil ved videre heving, har vi betinget instabilitet. LFC er nivå for fri konveksjon, dvs. det nivået luftpakken blir

ustabil. Løfter vi luftpakken i A videre fra LCL, ser vi at den blir varmere enn omgivelsene (og har nådd LFC) ved ca 880hPa.

5. Vi leser av blandingsforholdet i punkt B og C, og finner ved hjelp av ligningen i oppgaven

$$T_v = T(1 + 0.61w) \quad (25)$$

at

B: $w = 12.4\text{g/kg}$, $T_v = 291.2\text{K}$.

C: $w = 9.1\text{g/kg}$, $T_v = 284.6\text{K}$.

6. Blant de oppgitte størrelsene er potensiell temperatur, blandingsforhold og ekvivalent potensiell temperatur som er bevart for en adiabatisk transformasjon for umettet luft. Vi får da at

- Temperatur er ikke bevart; utsagnet er feil.
- Potensiell temperatur og blandingsforhold er bevart; usagnet er korrekt.
- Metningsblandingsforholdet endrer seg når temperaturen endres; utsagnet er feil.
- Duggpunktstemperaturen avhenger av blandingsforholdet, og endrer seg når luften heves; utsagnet er feil. (Men ekvivalent potensiell temperatur er bevart.)
- Metningsblandingsforholdet endrer seg (avtar) når temperaturen endres; utsagnet er feil.

7. For pseudoadiabatisk transformasjon av mettet luft har vi at følgende oppgitte størrelser er bevart: ekvivalent potensiell temperatur og potensiell wetbulb temperatur. Vi får da

- Hverken temperatur eller blandingsforhold er bevart; utsagnet er feil.
- Hverken potensiell temperatur eller blandingsforhold er bevart; usagnet er korrekt.
- Metningsblandingsforholdet endrer seg når temperaturen endres, og potensiell temperatur er ikke bevart for en pseudoadiabatisk prosess.; utsagnet er feil.
- Duggpunktstemperaturen avhenger av blandingsforholdet, og endrer seg når luften heves, men ekvivalent potensiell temperatur er bevart. Utsagnet er feil.
- Både ekvivalent potensiell temperatur og potensiell wet-bulb temperatur er bevart; utsagnet er korrekt.

8. Vi bruker den hypsometriske ligningen og ser at det bare er temperaturen som gir endring i tykkelsen (trykkene er konstante).

$$\Delta(Z_2 - Z_1) = \frac{R_d \Delta \bar{T}}{g} \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right) \quad (26)$$

der $\Delta \bar{T} = \bar{T}_v - \bar{T}$. Vi regner ut \bar{T}_v fra ligning (25)

$$\bar{T}_v = \bar{T}(1 + 0.61\bar{w}) = 290.9\text{K} \quad (27)$$

Det gir $\bar{T}_v - \bar{T} = 7.9\text{K}$, og vi får

$$\Delta(Z_2 - Z_1) = 5.0m \quad (28)$$

Det er viktig å ikke runde av p_1/p_2 før man tar logaritmen! En slik avrunding vil gi store feil i resultatet. Opprinnelig var det gitt fem alternativer til denne oppgaven, og ved en slik avrunding fikk man et av de gale svarene... (sjekk gjerne ved å bruke hhv. $\ln(p_1/p_2)$ og $\ln(1.1)$).

A.28.B

Midterm 2006 - Problem 1

– a –

The boundary layer is the part of the troposphere that is directly influenced by the presence of the earth's surface, and responds to surface forcings with a timescale of about one hour. The depth is about 100 – 3000m. One of the key characteristics is a diurnal variation. The most common cloud types are fog, fair-weather cumulus clouds and stratocumulus clouds.

– b –

The diurnal variation is due to solar radiation, causing temperature to increase during day, and lack of solar radiation causing cooling at night. Increased surface temperatures cause increased turbulence and less stable air, increasing the depth of the so-called mixed layer. The air rising may lead to clouds, and possibly rain. Also the horizontal wind may have a diurnal variation due to this vertical transport. During night, the air becomes more stable as the temperature decreases, and the stable nocturnal layer forms. Above this layer we have the residual layer, which is somewhat detached from the nocturnal layer, and will be more or less neutral. When the surface is again heated, the stable nocturnal layer is turning into a mixed layer, eventually entraining the air from the residual layer. When the mixed layer reach the residual layer, there will be a rapid increase of the thickness of the mixed layer.

– c –

For vertical transport the most important process in the PBL is turbulence, and for horizontal transport the most important transport process is advection due to mean wind. In general, waves play a smaller role in the PBL transport.

A.29.T

Midterm 2006 - Problem 2

– a –

The criteria for dry air to be stable is that the lapse rate is smaller than the dry adiabatic lapse rate, or that the potential temperature increase with height. For neutral air, the lapse rate equal the dry adiabat and potential temperature does not change with height, and for unstable air the lapse rate is larger than the dry adiabat and potential temperature decrease with height.

$$\begin{aligned}\frac{d\theta}{dz} > 0 & : \Gamma < \Gamma_d : \text{stable} \\ \frac{d\theta}{dz} = 0 & : \Gamma = \Gamma_d : \text{neutral} \\ \frac{d\theta}{dz} < 0 & : \Gamma > \Gamma_d : \text{unstable}\end{aligned}$$

– b –

For moist air, the stability depend on whether the air is saturated or not. If unsaturated, the criterias for dry air applies, and if saturated the air is absolute stable when

$$\frac{d\theta_e}{dz} > 0 : \Gamma < \Gamma_s : \text{stable} \tag{29}$$

When we have

$$\frac{d\theta_e}{dz} < 0 : \Gamma > \Gamma_s : \text{unstable} \tag{30}$$

the air is unconditionally unstable. If stable unsaturated air reach saturation during ascent, the air may become unstable if lifted further. This conditional instability may occur when

$$\Gamma_s < \Gamma < \Gamma_d$$

For this case, air may become unstable if lifted high enough, which is possible if

$$\frac{d\theta_e}{dz} < 0$$

within the layer.

– c –

BC is stable because $\Gamma < \Gamma_s$, and equivalent temperature increase with height.

– d –

An air parcel is convectively unstable when it is originally stable, and further rising cause the air to become warmer than its surroundings (unstable). We usually encounter this for conditional instability, where the air is originally unsaturated and saturation is reached during ascent (see b). The criterion for convective instability is that θ_e or θ_w decrease within the layer.

We then see that B, C and D will be unstable if lifted high enough, although only D is conditionally unstable. Therefore, the three points are convectively unstable. Most probably, the layer above B and C is too thick and stable to manage to push the air parcels all the way to where they cross the temperature gradient of the surroundings (630-670hPa).

– e –

For point D:

Mixing ratio: $w = 5\text{g/kg}$

Relative humidity: $w(T)/w_s(T)100\% = 5/8 = 62.5\%$

Lifting condensation level: 770hPa

– f –

The mixing ratio is given by $w = m_v/m_d$, while specific humidity is given by

$$q = \frac{m_v}{m_d + m_v} = \frac{m_v/m_d}{1 + m_v/m_d} = \frac{w}{1 + w} \quad (31)$$

so that the specific humidity is $q = 1.75 \cdot 10^{-3}/(1 + 1.75 \cdot 10^{-3}) = 0.001747$

– g –

Using the temperatures in point E, F and G, the layer EG has a mean temperature $\bar{T} = 273.15 + (-17 - 15 - 2)/3\text{K} = 261.82\text{K}$. The thickness is given by the hypsometric equation

$$\Delta Z = \frac{R_d \bar{T}}{g_0} \ln \left(\frac{700\text{hPa}}{500\text{hPa}} \right) \quad (32)$$

Inserting the temperature, $R_d = 287\text{J/kgK}$, and $g_0 = 9.81\text{m/s}^2$, we get $\Delta Z = 2577.3\text{m}$

A simpler way is using just point E and G, but the most correct way is to use all three.

– h –

- dq heat added to the system
- c_p specific heat at constant pressure
- dT temperature change
- α specific volume ($1/\rho$, volume of 1kg air)
- dp change in pressure

For an adiabatic compression, $dq = 0$, so that

$$dT = \frac{\alpha}{c_p} dp \quad (33)$$

For compression, $dp > 0$, giving an increase of the temperature. α does not change much for a small change in pressure (dp).

Looking at the pseudoadiabatic chart, we find the point in question, which turns out to be point D, and follow the dry adiabat 30hPa *downwards* (compression). The resulting temperature is the temperature after compression, about $T_2 = 10.5^\circ\text{C}$. Since isothermal compression means the temperature stays constant, the difference in temperature is $\Delta T = 10.5 - 8 = 2.5^\circ\text{C}$.

By calculation, inserting the ideal gas equation,

$$dT = \frac{\alpha}{c_p} dp = \frac{R_d T}{p c_p} dp \quad (34)$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{R_d}{c_p} \frac{dp}{p} \quad (35)$$

This is what we do when we derive the potential temperature, but instead of using θ as reference level, we just integrate between two pressure levels, $p_2 > p_1$:

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{R_d}{c_p} \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} \quad (36)$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{R_d}{c_p} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (37)$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{R_d/c_p} \quad (38)$$

To find the difference in temperature, we have

$$T_2 - T_1 = T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{R_d/c_p} - 1 \right] \quad (39)$$

$$\Delta T = 281.15K \left[\left(\frac{880}{850} \right)^{R_d/c_p} - 1 \right]$$

giving $\Delta T = 2.8K$.

A.43.C

Midterm 2004 - 1

We have the equations

$$r \frac{dr}{dt} = G_l S \quad (40)$$

and

$$\frac{dr_1}{dt} = v_1 \frac{w_l E}{4 \rho_l} \quad (41)$$

– a –

For heterogeneous nucleation, droplets grow by two processes, condensation from vapor phase and collision with other droplets. Condensation is described by Equation (40), while collision is described by Equation (41).

Growth by condensation is most effective for smaller droplets, with decreasing effectivity as the droplet radius increase. For radii larger than $10\mu m$, this process is almost insignificant. This can be seen from Equation (40), which is inversely proportional to the radius.

Growth by collision increase with droplet radius, as can be seen from Equation (41), where the growth is proportional with $v_1 = kr_1$.

– b –

Integrate Equation (41) from $t_0 = 0$, $r(t_0) = r_0$ til t, r_2 , after inserting $v_1 = kr_1$:

$$\int_{r_0}^{r_2} \frac{dr_1}{r_1} = \int_0^t k \frac{w_l E}{4 \rho_l} dt$$

$$\ln \left(\frac{r_2}{r_0} \right) = k \frac{w_l E}{4 \rho_l} t$$

$$t = \frac{4 \rho_l}{k w_l E} \ln \left(\frac{r_2}{r_0} \right) \quad (42)$$

Inserting the values given, we get $t = 19188.2\text{s}$.