

Oblig 2 GEF2200 Våren 2015

Utleveres: 15. april

Innlevering: 4. mai

Krav: Besvarelsen må minst tilfredsstillere kravene til en karakter C ved en normal eksamen. Besvarelser som ikke tilfredsstillere dette kan forbedres og innleveres på nytt innen en uke etter at tilbakemelding er gitt.

Opgaven besvares med innlevering av en skriftelig rapport med figurer og forklaringer, og et modifisert matlab program.

Følgende program og datafiler lastes ned fra hjemmesiden til kurset:

oblig_straaling.m	Matlab program
atmos.dat	temperatur- og trykkprofil for en standard atmosfære
r_gass.dat	blandingsforhold for H ₂ O og ozon (O ₃)
abs_kons.dat	absorpsjonskonstanter for H ₂ O, CO ₂ og O ₃
emiss.dat	emissivitet for H ₂ O, CO ₂ og O ₃

Filene lastes ned ved å høyreklikke på dem og så velge "save link as..." til det området på deres egen maskin der dere vil ha filene.

Filene inneholder:

temp:	temperaturprofil for en standard atmosfære
trykk:	trykkprofil for en standard atmosfære
r_h2o	masse vanndamp / masse luft
r_co2	masse CO ₂ / masse luft
r_o3	masse ozon / masse luft
k_h2o_1	absorpsjonskonstanter for bånd 1
k_h2o_2	absorpsjonskonstanter for bånd 2
k_h2o_3	absorpsjonskonstanter for bånd 3
k_hartley	absorpsjonskonstanter for ozon i Hartley båndet
k_huggins	absorpsjonskonstanter for ozon i Huggins båndet
k_Chappuis	absorpsjonskonstanter for ozon i Chappuis båndet
emis_h2o	emissivitet=absorptivitet for vanndamp
emis_co2	emissivitet=absorptivitet for CO ₂
emis_o3	emissivitet=absorptivitet for ozon

OM MODELLEN

Målet med denne oppgaven er å lage en enkel numerisk modell som beskriver hvordan absorpsjon av kortbølget stråling fra sola og absorpsjon/emisjon av langbølget stråling fra jordoverflaten fører til oppvarming eller avkjøling av lufta i en vertikal kolonne i atmosfæren. Kolonnen kan flyttes nord-sør og årstiden, kan endres i programmet, slik at innstrålingen på toppen av atmosfæren endres.

Basert på Beers lov (likningene 4.17 og 4.30, 4.32 i Wallace og Hobbs) for kortbølget stråling og Schwarzschilds likning (likningene 4.41, 4.42 i W&H) for langbølget stråling, skal vi sette opp en modell som beskriver flukstettheten av strålingen (F definert i likning 4.5 i W&H) som en funksjon av høyde, dvs. vi finner $F(z)$. Modellen beskriver strålingen i en vertikal kolonne fra bakken opp til 50 km (se figur 2). Når $F(z)$ er kjent kan vi også finne oppvarmingsratene pga. strålingen ut fra likning 4.52 i W&H. Et av hovedresultatene i oppgaven vil være å kunne reprodusere en egen variant av figur 4.29, selv om denne ikke vil være helt lik pga. en del forenklinger vi må gjøre. En viktig forenkling er at vi bare ser på absorpsjon og emisjon og altså ser helt bort fra betydningen av spredning og refleksjon (særlig viktig for kortbølget stråling).

Det er egentlig en umulig oppgave å lage en enkel strålingsmodell som gir noenlunde riktige svar! Jeg synes vi har kommet en lang vei. Det generelle bildet modellen gir samsvarer godt med virkeligheten, men vi har gjort noen antagelser underveis.

Selv om strålingslikningene i seg selv ikke er så vanskelige å forstå, er det vanskelig å regne med dem. Hver ligning skal løses pr. bølgelengde, men vi har "uendelig" mange bølgelengder i strålingen som treffer jorda og som jorda selv emitterer. Ulike molekyler vil absorbere ulikt for forskjellige bølgelengder og dette vil igjen gi ulik oppvarmings- og avkjølingsrater. Siden vi ikke kan regne med "uendelig" mange bølgelengder det vanlig, spesielt i klimamodeller, å dele opp strålingen i ulike bølgelengdeintervaller, bånd, der man innenfor hvert bånd kan anta f.eks. konstant emisjon/absorpsjon for hver gass, noe vi gjør i denne modellen.

Det er vanlig å bruke en planparallel tilnærming når man beregner strålingsflukser. I denne modellen har vi 50 lag. Hvert lag er 1 km tykt. Innenfor hvert antar vi at følgende fysiske størrelser er **konstante i tid**: Trykk, tetthet, blandingsforholdet av H_2O , CO_2 og O_3 , absorpsjonskoeffisienter for langbølget stråling. Av Kirchoffs lov følger det at absorpsjonskoeffisienten = emisjonskoeffisienten.

Modellen inkluderer en enkel representasjon av energibalansen ved jordoverflaten (se f.eks likning 4.1 i Hartmann, tidligere lærebok i GEF1100),

$$\frac{dE_S}{dt} = R_s - LE - SH - \Delta F_{eo} \quad (\text{likning 4.1 i Hartmanns lærebok})$$

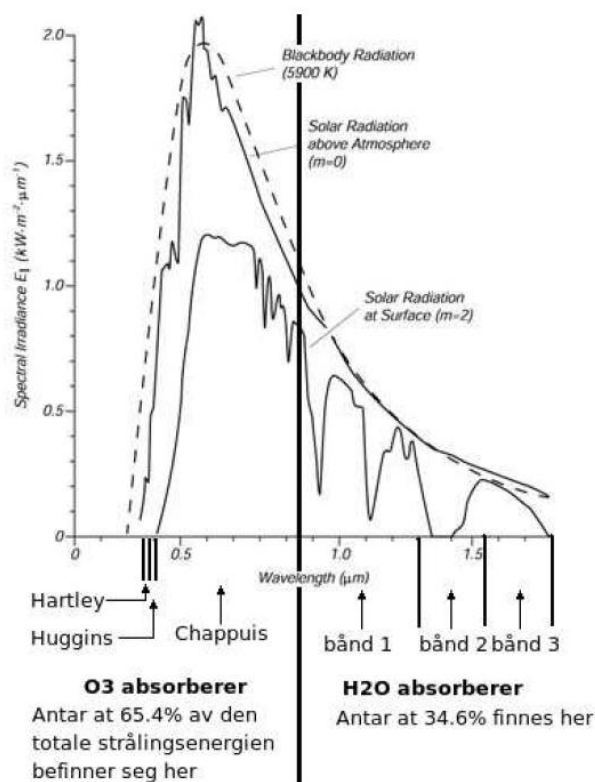
der lagringsleddet $\frac{dE_S}{dt}$ er i balanse med nettoenergiflukt (R_s : netto stråling nedover, LE : Fluks av latent varme oppover, SH : Fluks av følbare varme oppover, og ΔF_{eo} : Horisontal fluks av varme i jorda/havet).

I modellen er lagringsleddet er gitt ved

$$\frac{dE_S}{dt} = C_S \frac{dT_S}{dt}$$

Der T_S er overflatetemperaturen og C_S er overflatens effektive varmekapasitet.

I denne oppgaven skal dere modifisere matlab programmet oblig_straaling.m. Oppgavene under forholder seg til oppgitte steder i matlab programmet merket med oppgavenummer. Merk at for hver oppgave kan det være flere steder i programmet som må modifiseres.



Figur 1. Innstråling ved toppen av atmosfæren og ved overflaten.

Kortbølget stråling

Solarkonstanten er mengden av solinnstråling per areal målt ved yttergrensen av jordatmosfæren i et plan normalt på solstrålene. Solarkonstanten inneholder alle typer solstråling og ikke bare det synlige lyset. Solkonstanten varierer lite og er satt til å være lik 1367 W/m^2 i programmet.

Fordi gasser absorberer stråling ved gitte bølgelengder (jfr. avsnitt 4.4.3 i W&H) har modellen 6 ulike bånd for kortbølget stråling, 3 bånd for vanndamp og 3 bånd for ozon. Vi antar videre at vanndamp kun kan absorbere i 34 % av det innkommende sollyset. Det betyr IKKE at vanndamp absorberer 34 % av den innkommende solenergien, men ved de bølgelengdene vanndamp absorberer finner vi 34 % av den totale energien i solstrålingen. Videre antar vi at hvert bånd absorberer kun i en del av denne strålingen igjen. Tilsvarende antagelser er gjort for O₃.

H₂O:

Tilgjengelig energi for H₂O er 34.6 % av solarkonstanten. Denne energien er igjen fordelt mellom båndene.

Navn på bånd	Bølgelengde intervall	Tilgjengelig energi for båndet
Bånd 1	0.85 μm - 1.3 μm	73 %
Bånd 2	1.3 μm - 1.55 μm	20 %
Bånd 3	1.55 μm - 1.8 μm	7 %

Ozon

Tilgjengelig energi for O₃ er 65.4 % av solarkonstanten

Navn på bånd	Bølgelengde intervall	Tilgjengelig energi for båndet
Hartley båndet	0.2 μm - 0.31 μm	0,2 %
Huggins båndet	0.31 μm - 0.4 μm	1 %
Chappuis båndet	0.4 μm - 0.85 μm	98.8 %

Overflatetemperatur:

I modellen tar vi hensyn til fluks av følbar varme fra bakken til atmosfæren (*SHO*), men vi ser bort fra fluksen av latent varme (dvs. vi antar at kolonnen er lokalisert i et tørt område). Fluksen av følbar varme beregnes med en bulk-formel (likning 4.26 i Hartmann). I atmosfæren blandes den tilførte varmen vertikalt gjennom turbulent blanding i grenselaget. Turbulensen er ikke representert i vår enkle modell, så vi antar at fluksen av den følbare varmen reduseres vertikalt med en skala-høyde H_{SH} som gis en verdi (4000 meter i starten av programmet). Når oppgave 1-5 under er løst vil modellen beregne alle strålingsfluksene ved bakken. Ser vi bort fra leddet for horisontal varmefluks i bakken (ΔF_{eo} , bare relevant for havområder) har vi da alle leddene i likning 4.1 (Hartmann) og vi kan beregne hvordan overflatetemperaturen endrer seg med tiden.

Modellen tar hensyn til døgnvariasjonen i innstrålingen. Beregningene gjøres i en tidsløkke med tidskritt på en time. Tidsløkken går i t_{max} timer. Verdien av variabelen t_{max} settes i starten av programmet.

Oppgave 1 *Optisk tykkelse for kortbølget stråling*

Siden vi antar en planparallell atmosfære, kan vi bruke uttrykket for normal (vertikal) optisk tykkelse (τ):

$$\tau = \int_z^{z+\Delta z} k \cdot \rho \cdot r \cdot dz$$

Variablene k og r for hvert bånd er lest inn i `oblig_straaling.m` fra filene:

`r_gass.dat`

`abs_kons.dat`

Vi har gitt blandingsforholdet for vanndamp i variablene `r_h2o`, og for ozon i `r_o3`.

Absorpsjonskonstantene for de tre vanndampbåndene ligger i `k_h2o_1`, `k_h2o_2` og `k_h2o_3`.

Absorpsjonskonstantene for de tre ozonvanndampsbåndene ligger i `k_hartley`, `k_huggins` og `k_chappuis`. Tettheten, ρ , er regnet ut vha. ideell gasslov i begynnelsen av programmet.

- Beregn normal (dvs. i vertikal retning) optisk tykkelse for *hvert lag* for henholdsvis de 6 båndene for vanndamp og ozon ved å bruke en modifisert versjon av likning 4.32 i boka (variablene `tau1(n)`, `tau2(n)` og `tau3(n)` for vanndamp, og `tauH(n)`, `tauHU(n)` og `tauC(n)` for ozon i programmet).
- Plott opp vertikalfordelingen av `tau1` og `tauH`. Forklar forskjellen i vertikalfordeling.

Oppgave 2 *Fluks av kortbølget stråling*

a) Basert på de optiske tykkelsene du har beregnet i oppgave 1, skal du nå beregne flukstetthet nedover for kortbølget stråling. Da vi ser bort fra refleksjon og spredning skal du ikke beregne kortbølget stråling oppover. Variablene `S_ned_1(n,t)`, `S_ned_2(n,t)` og `S_ned_3(n,t)` for vanndamp, og `S_ned_H(n,t)`, `S_ned_HU(n,t)` og `S_ned_C(n,t)` for ozon, der t er tid siden starten av simuleringen (i timer).

Hint: Bruk en tilpasning av likning 4.31 for å beregne `S_ned` variablene trinnvis ovenfra og ned. Cosinus til senitvinkelen er ferdig beregnet i variabelen `mu(t)`.

b) Lag figurer av flukstettheten for to bånd, bånd 1 for vanndamp og huggins-båndet for ozon.

Hint: Viser flukstettheten for bånd 1

```
>> figure(1)
>> hold on
>> plot(S_ned_1, [1:51])
>> ylim([1 50])
>> xlabel('W/m2')
>> ylabel('km')
>> title('Flukstetthet for bånd 1, vanndamp')
```

Oppgave 3 Oppvarmingsrater kortbølget

a) I oppgave 2 fant vi fluksene av kortbølget stråling nedover i hvert høydenivå. Bruk dette for å beregne oppvarmingsratene (i K/time) for hvert lag og for hver time på døgnet ved hjelp av likning 4.52 i W&H. Variablene Temp_1(n,t), Temp_2(n,t) og Temp_3(n,t) for vanndamp og Temp_H(n,t), Temp_HU(n,t) og Temp_C(n,t) for ozon.

Høydeprofil for luftas tetthet ligger ferdig i variablene tetthet(n). Varmekapasiteten c_p for luft er gitt i begynnelsen av programmet.

b) Sett $t_{\text{max}} = 24$ (dvs. 24 timer frem i tid).

Lag figurer der du plotter vertikalfordelingen av Temp_h2o, Temp_o3 og Temp_kort etter 24 timer (klokken 12 lokal tid). Disse figurene viser oppvarmingsraten i Kelvin pr. time. Forklar hvorfor oppvarmingsraten varierer med høyden slik den gjør.

Hint I:

Om du skriver:

```
>> plot(Temp_o3, lag)
>> plot(Temp_h2o, lag)
>> plot(Temp_kort, lag)
```

i kommandovinduet vil du få opp figurene.

Hint II: likning 4.52 i W&H gir oppvarmingen i Kelvin pr. sek. Vi skal ha Kelvin pr. time.

I figur 1 (kommer automatisk opp) summerer vi sammen oppvarmingsratene for hver time, og får oppvarmingsratene i Kelvin pr. døgn. Disse verdiene burde være i samsvar med figur 4.29 i W&H.

c) Sammenlign figur 1 (kommer automatisk opp) med figurene over optisk tykkelse fra oppgave 1. Er maksimal oppvarming i samme høyde som der vi finner den høyeste verdien for optisk tykkelse? Hvorfor/Hvorfor ikke? Forklar!

Oppgave 4 Fluks oppover av langbølget stråling

For langbølget stråling må vi også ta hensyn til emisjon fra atmosfæren som et kildeledd fra hvert lag (jfr. Utledningen av Schwarzschilds likning, 4.42 i W&H).

For hvert enkelt lag kan vi skrive endringen av flukstettheten vertikalt som:

$$\frac{dF}{dz} = E - A$$

der E står for emisjoner av langbølget stråling og A for absorpsjon.

Emisjonsleddet kan vi skrive som: $E = \sigma T^4 \cdot \varepsilon$ (E har benevnningen Wm^{-2}/m)

der ε er fluksemissiviteten pr. vertikale lengdeenhet.

Absorpsjonsleddet kan skrives som $A = F \cdot \alpha = F \cdot \varepsilon$

der α er fluksabsorptiviteten pr. vertikale lengdeenhet.

Pga. Kirchoffs lov vet vi at $\alpha = \varepsilon$

Vi har da at likningen for langbølget stråling i *hvert lag* kan skrives:

$$\frac{dF}{dz} = \sigma T^4 \cdot \varepsilon - F(z) \cdot \varepsilon$$

Dette er likning 4.41 W&H

Siden vi ser på hvert lag separat og antar at temperaturen og fluksemissiviteten er konstante i hvert lag, er denne differensiallikningen grei å løse dersom vi har en randbetingelse på bunnen av laget. For bakken er fluksen oppover gitt ved Stefan Boltzmanns lov (antar at bakken er et 100 % svart legeme).

a) Løs differensiallikningen over for hvert lag oppover (bruk fluksen oppover i toppen av laget under som randverdi for neste lag) og beregn slik fluks oppover av langbølget stråling for alle lagene og for alle gassene. $F_{\text{oppH2o}}(n)$, $F_{\text{oppCo2}}(n)$ og $F_{\text{oppO3}}(n)$.

Hint I: Denne likning løses enklest ved *separasjon av variable*:

$$\frac{dF}{\sigma T^4 - F(z)} = \varepsilon \cdot dz$$

over intervallet $[z, z+\Delta z]$.

Hint II: Substituer $\sigma T^4 - F(z)$ med en ny variabel, og deriver mhp. z

Hint III: Det kan være lurt å sette $t_{\text{max}}=1$ igjen, så kan du være sikker på at du får programmert likningen riktig før du begynner med tidsvariabelen.

b) Sett $t_{\text{max}}=24$ og lag en figur av vertikalfordelingen av F_{oppH2o} . Forklar hva du ser.

Oppgave 5 Fluks nedover av langbølget stråling

a) På tilsvarende måte som i oppgave 4 skal du beregne flukstettheten nedover av langbølget stråling ($F_{\text{ned}}(k)$ i figur 2 som viser modellens struktur). Bruk likning 1 fra oppgave 4. Nå trenger vi en randverdi på toppen at det øverste laget. Denne er satt til 10 W/m^2 (variabelen I_n helt i starten av programmet). Dvs. at $F_{\text{nedH2o}}(51,t) = F_{\text{nedCo2}}(51,t) = F_{\text{nedO3}}(51,t) = I_n$

b) Sett $t_{\text{max}}=24$ og lag en figur av vertikalfordelingen av F_{nedH2o} . Forklar hva du ser.

Oppgave 6

Oppvarmingsrater langbølget

a) På tilsvarende måte som i oppgave 3 skal du beregne oppvarmingsraten fra langbølget fluks. Du skal beregne oppvarmingsraten for hver gass for seg. ($Temp_lang_H2o(n,t)$, $Temp_lang_Co2(n,t)$ og $Temp_lang_O3(n,t)$).

Hint: For langbølget stråling har vi kildeledd (ved bakken og atmosfæren) som er temperaturavhengige (Stefan-Boltzmanns lov). I programmet blir temperaturen initialisert med 250 K i alle lag i atmosfæren, og med bakketemperaturen $T_s = 288K$. Over tid vil temperaturen gå mot en likevekt (med en døgnvariasjon), men dette tar noe tid (mer en 24 timer). Du må derfor vurdere hvor stor t_max bør være.

b) Lag figurer over $Temp_lang_H2o$, $Temp_lang_Co2$ og $Temp_lang_O3$ der du ser på oppvarmingsraten i Kelvin pr. time. Hvordan er døgnvariasjonen i oppvarmingsraten du får her i forhold til det du fikk i oppgave 3? Forklar!

Hint:

```
>> plot(Temp_lang_H2o, lag)
>> plot(Temp_lang_Co2, lag)
>> plot(Temp_lang_O3, lag)
```

I figur 1 og 3 (kommer automatisk opp) summer vi sammen oppvarmingsraten for hver time, og får oppvarmingsraten i Kelvin pr. døgn. Disse verdiene burde være i samsvar (men ikke helt like) med figur 4.29 i W&H.