

Forelesning nr.5 IN 1080

Mekatronikk

Analyse av RC-kretser
Induksjon

Dagens temaer

- Mer om kondensator
- Analyse av RC-kretser i tidsplanet
- Frekvens vs tid
- Induksjon
 - Induktorer
 - Elektromotorer

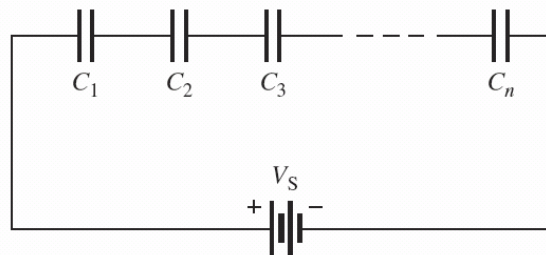
Repetisjon kondensatorens virkemåte

<https://www.youtube.com/watch?v=u-jigaMJT10>

- Viktige punkter :
 - Elektronene “**trekkes**” fra kondensatoren mot den positive terminalen på batteriet
 - Elektronene “**skyves**” fra den negative terminalen på batteriet mot kondensatoren
 - Etterhvert blir det så mange negative ladninger på $-$ siden at elektronene beveger seg langsommere mot kondensatorens $-$ plate og til slutt stopper elektronstrømmen
 - Tilsvarende blir det overskudd av positive ladninger på $+$ siden av kondensatoren slik at elektronene beveger seg langsommere mot batteriet
 - Kondensatorer lades hurtig opp til å begynne med og deretter langsommere og langsommere
 - Samme for utladning: Først hurtig og deretter langsommere og langsommere

Kapasitans for seriekoblede kondensatorer

$$V=Q/C$$



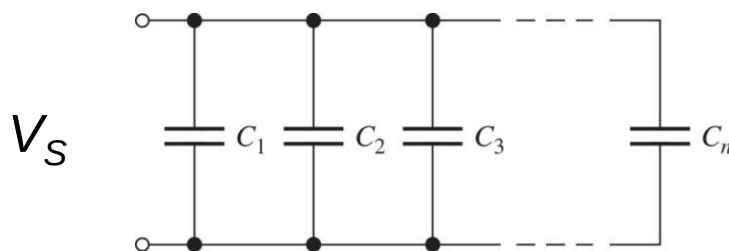
$$I = \frac{Q}{t}$$

- Hver kondensator lagrer samme ladning fordi strømmen mellom hvert element er den samme: $Q_{Tot} = Q_{C1} = Q_{C2} = \dots = Q_{Cn}$
- KVL gir at $V_S = V_{C1} + V_{C2} + \dots + V_{Cn}$
- Dette gir

$$\frac{Q}{C_{Tot}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \Rightarrow \frac{1}{C_{Tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \Rightarrow C_{Tot} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

- Utrykket har samme form som resistorer i *parallel*

Kapasitans for parallellkoblede kondensatorer



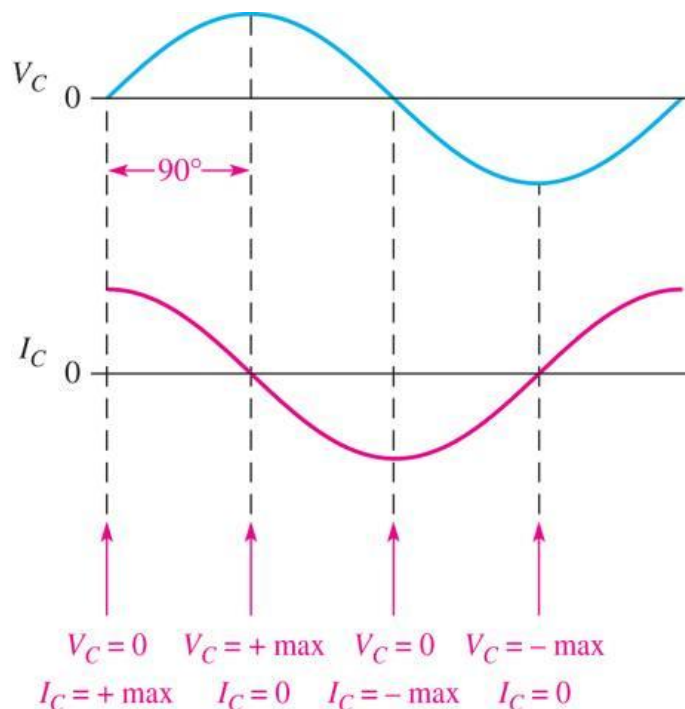
- Den totale ladningen er lik summen av ladningene over hver kondensator:

$$Q_{Tot} = Q_{C1} + Q_{C2} + \cdots + Q_{Cn}$$

- Siden $Q=CV$, blir $C_{Tot} V_S = C_1 V_S + C_2 V_S + \cdots + C_n V_S \Rightarrow C_{Tot} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$
- Uttrykket har samme form som resistorer i *serie*

Repetisjon av I-V i en kondensator

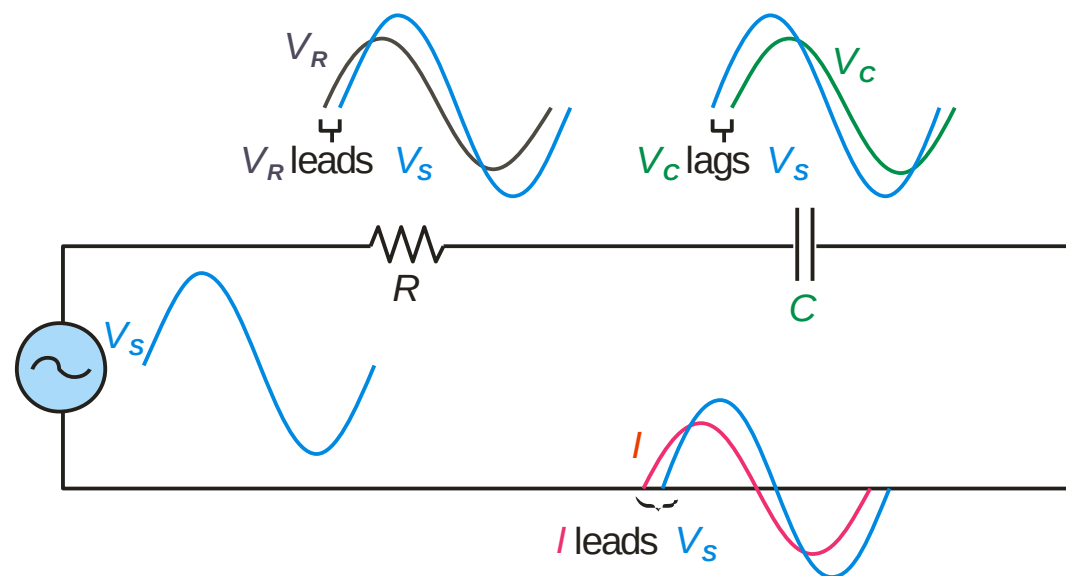
- Strømmen gjennom en kondensator er størst når *endringen* i spenningen over den er størst, og minst når *endringen* i spenningen er minst
- Når spenningsforskjellen er på det mest positive (eller mest negative) er *endringen* lik 0, dvs strømmen lik 0
- Når spenningsforskjellen er 0, er *endringen* størst, dvs strømmen gjennom er størst
- Vi sier at i_c leder over v_c med 90° ($\pi/2$)
- Dermed ligger v_c bak i_c med 90° ($\pi/2$)



$$i = C \frac{dv}{dt}$$

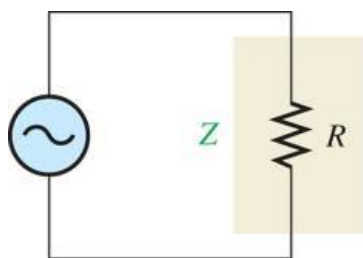
Repetisjon av I-V i en seriell RC-krets

- Spenningen V_R over motstanden R er i fase med strømmen I , og leder over V_S , dvs $\phi > 0$ (hvorfor?)
- V_R og V_C har 90° fasedreining (hvorfor?)
- Vi må beregne den totale, frekvensavhengige impedansen i kretsen for å finne
 - fasedreiningen mellom V_S og V_C
 - fasedreining mellom V_S og I
- For å representere fasedreining som funksjon av frekvens må vi tenke på strøm, spenning og impedans som vektorer.

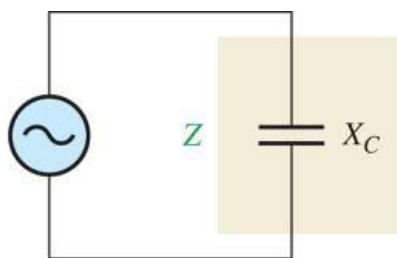


Total impedans i seriell RC-krets

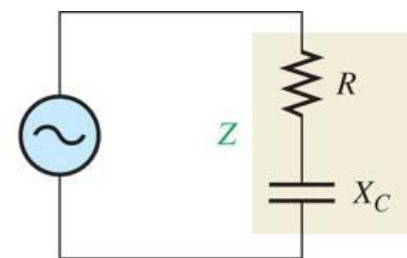
- Z er den samlede impedansen mot vekselstrøm i en krets
- Impedansen har en frekvensuavhengig *resistiv* del R og en frekvensavhengig *reaktiv* del X_C



(a) $Z = R$



(b) $Z = X_C$

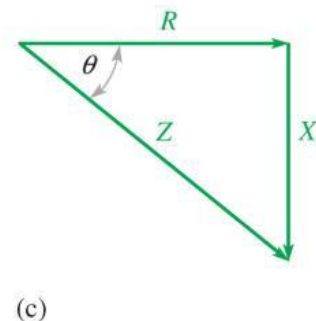
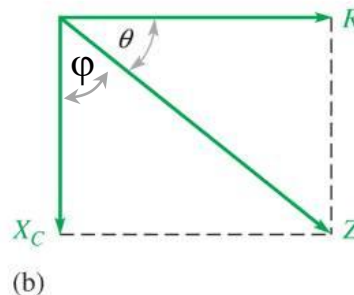
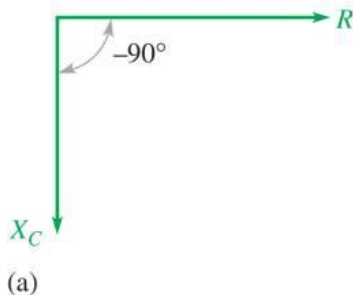


(c) Z includes both R and X_C

- Den resistive og reaktive delen har en fasedreining på -90° i forhold til hverandre

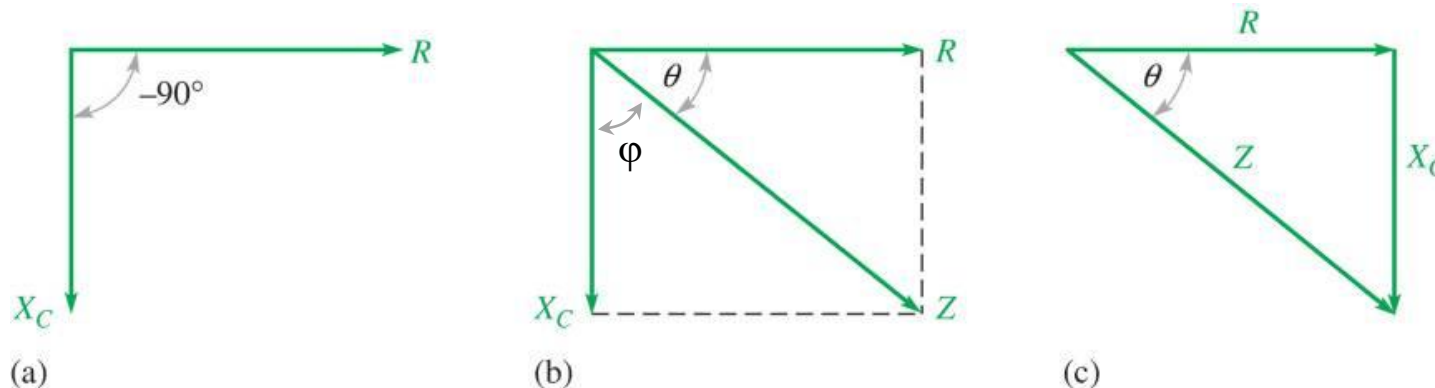
Total impedans i seriell RC-krets (forts)

- Den totale impedansen er gitt av $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + \mathbf{X}_C$ der $\mathbf{R}$ og $\mathbf{X}_C$ er vektorer («phasors»).
- $\mathbf{Z}$ finner man ved vektorsummasjon



- $\mathbf{Z}$ har en fasevinkel θ i forhold $\mathbf{R}$ og $\phi = 90^\circ - \theta$ i forhold til $\mathbf{X}_C$
- $|\mathbf{Z}|$ måles i Ohm (Ω)

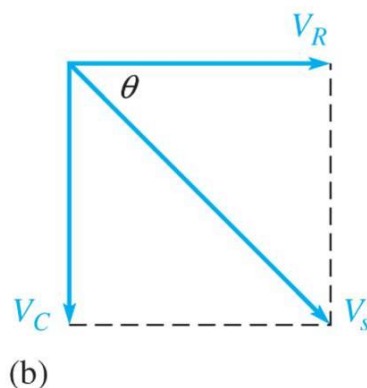
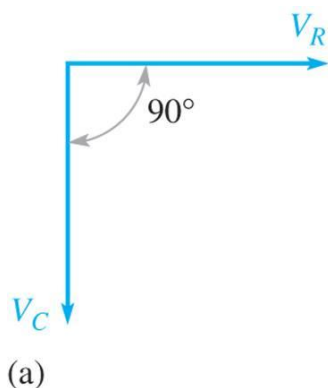
Total impedans i seriell RC-krets (forts)



- Lengden til $\mathbf{Z}$ (magnituden) finnes ved Pythagoras: $|\mathbf{Z}| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$
- Fasedreiningen θ mellom $\mathbf{R}$ og $\mathbf{Z}$ er gitt av $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$
- Fasedreiningen φ mellom $\mathbf{X}_c$ og $\mathbf{Z}$ er gitt av $\varphi = 90^\circ - \theta = 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$

Faseforskjell strøm - spenning

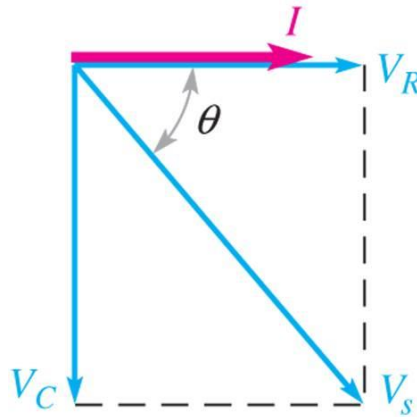
- I en seriell RC-krets er strømmen gjennom resistoren og kondensatoren den samme
- For å finne sammenhengen mellom V_s , V_R og V_C bruker man KVL og vektoraddisjon (samme som for å finne Z)



$$|V_s| = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

Faseforskjell strøm - spenning (forts)

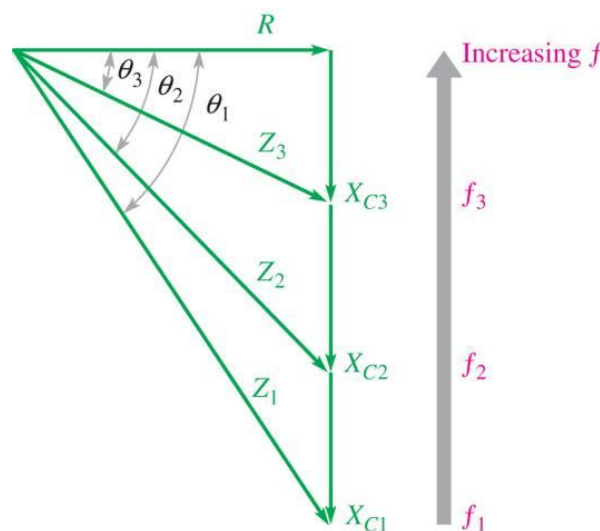
- Siden strømmen I og resistorspenning V_R er i fase, er fase-dreiningen mellom I og V_S lik fasedreiningen mellom V_R og V_S



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_C}{V_R}\right)$$

Impedans, fasedreining og frekvens

- Jo større kapasitiv reaktans X_c målt i forhold til R , desto større fasedreining mellom strøm og spenning
- Når frekvensen synker blir fasedreiningen mindre



$$X_c = \frac{1}{2\pi f C}$$

Respons

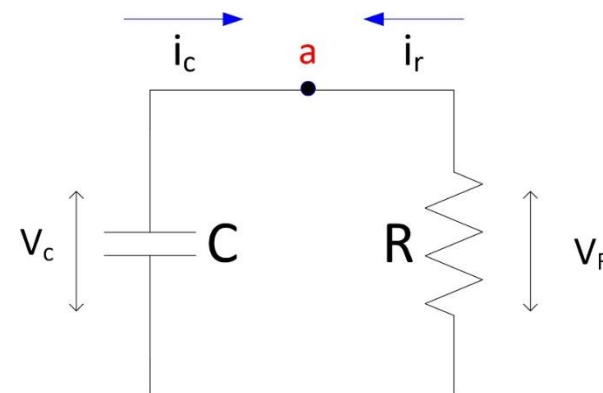
- Respons betyr hvordan en krets oppfører seg for en gitt type input
- Det er vanligst å se på forholdet mellom strøm og/eller spenning på inngang og utgang enten som funksjon av **tid** eller **frekvens**
- Har sett på sammenhengen mellom strøm og spenning i en RC-krets når kilden var en **sinusformet** spenning
- Oppførselen til en RC-krets når kilden genererer en firkantpuls kalles **pulsrespons**
- Et spesialtilfelle av pulsrespons kalles **naturlig respons**, hvor man ser på hvordan kretsens oppførsel når kilden er fjernet
- **Frekvensrespons** betyr at vi analyser oppførelen til kretsen når frekvensen til input-signalet varierer istedenfor å la tiden variere.

Naturlig respons

- Naturlig respons er oppførselen når kretsen ikke lenger er utsatt for ytre påvirkning fra strøm- eller spenningskilder
- Vi antar at det har vært en påvirkning som gjør at det f.eks fortsatt går en strøm eller at en kondensator er oppladet.
- Ved tidspunkt $t=0$ fjernes strøm- og spenningskilder og videre oppførsel bestemmes bare av kretsens „naturlige“ egenskaper

Naturlig respons for RC-krets (1)

- Antar at kondensatoren er helt oppladet ved tidspunkt $t=0$ med spenningen $v_c=V_0$
- Kondensatoren vil utlades gjennom R og vi ønsker et uttrykk for hvordan v_c endrer seg over tid som funksjon av V_0 , R og C



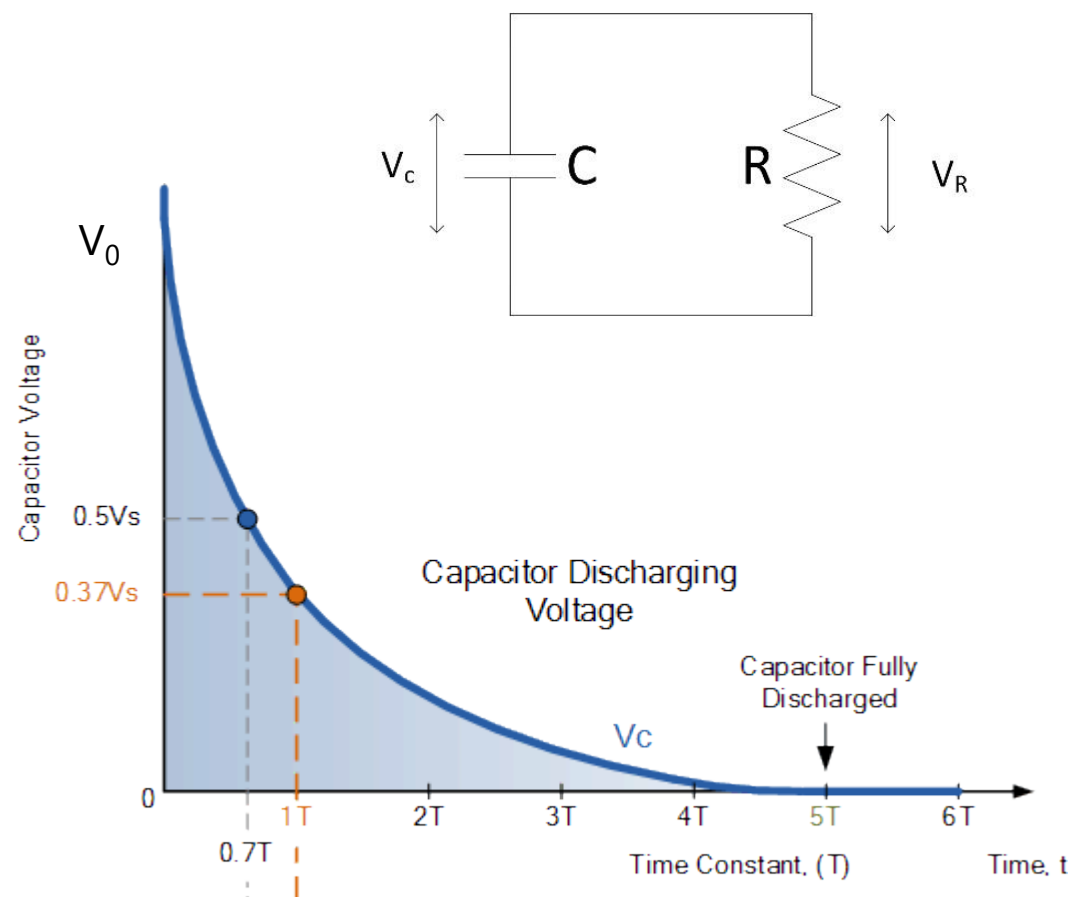
- Bruker KCL mot node **a**:

$$i_c + i_r = 0 \Rightarrow C \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_R}{R} = 0 \Rightarrow C \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{R} = 0 \Leftrightarrow \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} = 0$$

- Løsningen til denne differential-ligningen er $v_c = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
(skal ikke vise fremgangsmåten for å løse den)

Naturlig respons for RC-krets (2)

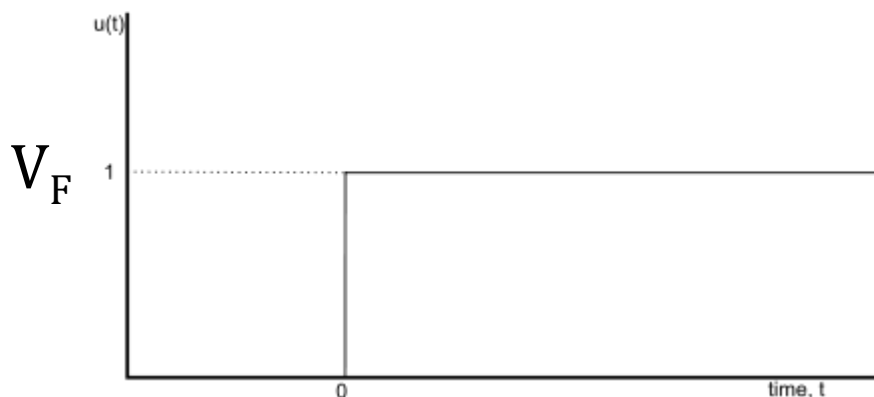
- Vi kaller $\tau = RC$ for *tidskonstanten*
- $v_c = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$
- Tidskonstanten gjør at alle RC-kretser får samme form på utladningskurven, uavhengig av verdien til R og C



Pulsrespons for RC-krets (1)

- Formelen for den naturlige responsen kan «utvides» for å finne *pulsresponsen* til en RC-krets
- Spenningskilden er en dc-kilde som går fra 0 volt til V_F volt
- Vi skal se hvordan kondensatoren *lades opp* fra 0v til V_F gjennom en resistor

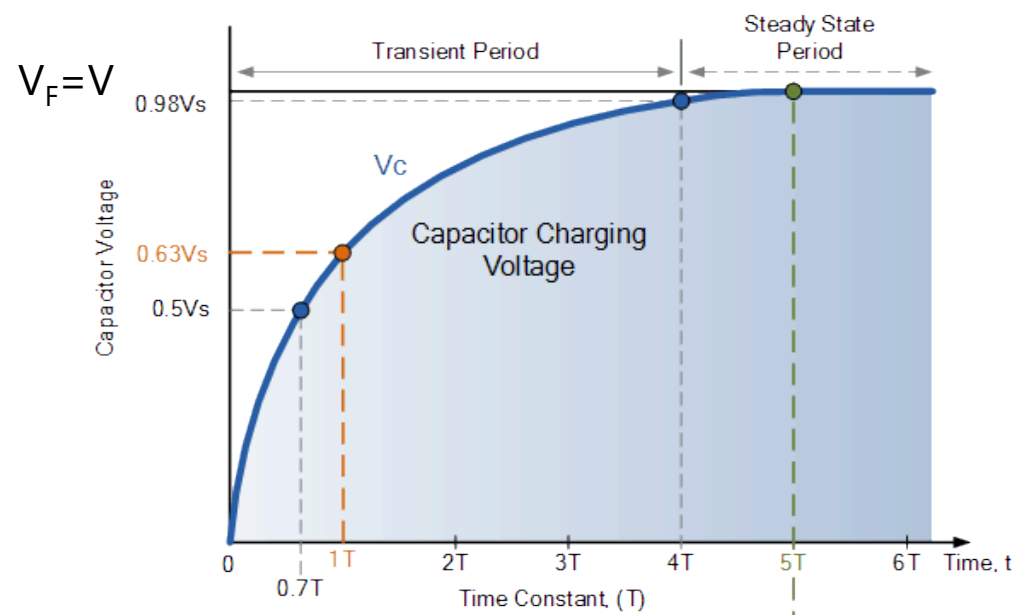
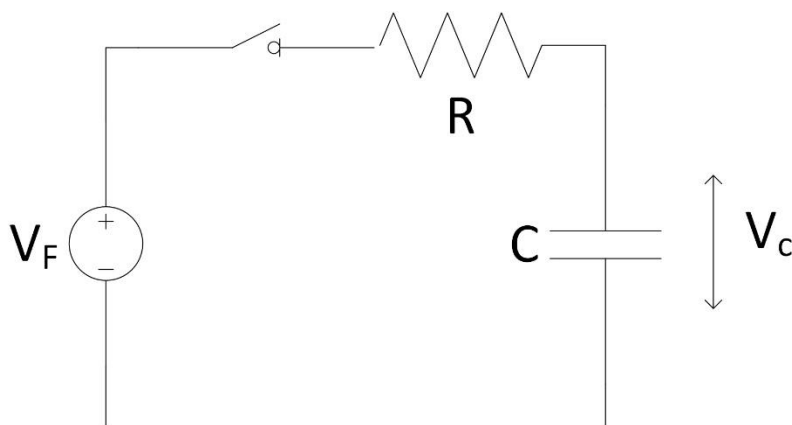
$$\begin{aligned} V &= 0; & t_0 < 0 \\ V &= V_F; & t_0 \geq 0 \end{aligned}$$



Pulsrespons for RC-krets (2)

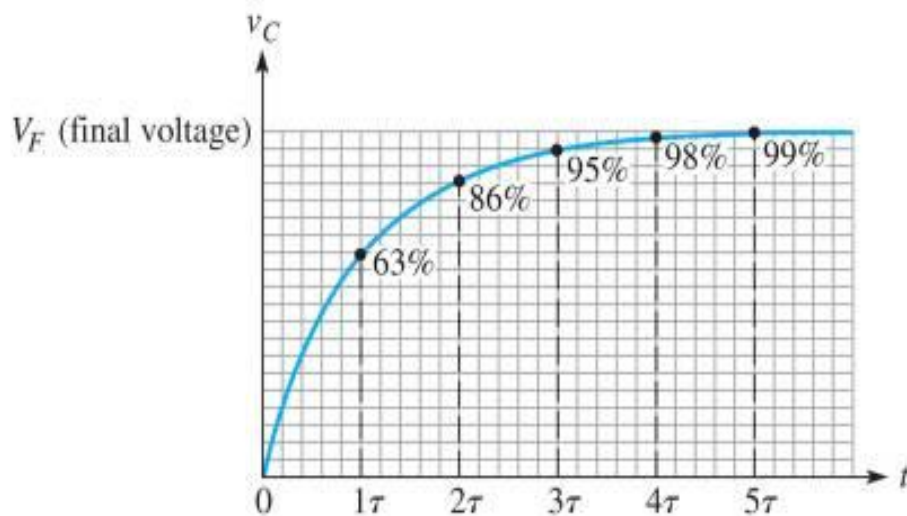
- Pulsrespons kan lages ved en ideel bryter som kobler en dc-kilde med spenning V_F til kretsen ved tidspunkt $t=0$. Antar $v_c=0$ over kondensatoren for $t<0$
- Oppladningskurven er gitt av

$$v_c = V_F(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

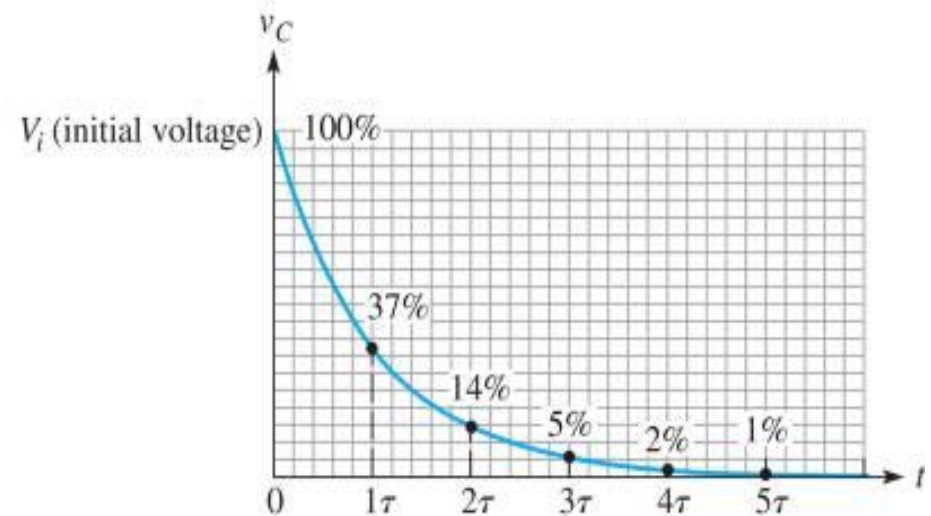


Pulsrespons for RC-krets (3)

- Når $\tau = 1$ betyr det at
 - En helt utladet kondensator har ca 63% av den maksimale spenningen etter at den er koblet til en spenningkilde
 - En fullt oppladet kondensator har ca 37% av den opprinnelige spenningen etter at kilden er koblet fra
- Opp/utladningskurvene er eksponensielle



(a) Charging curve with percentages of the final voltage



(b) Discharging curve with percentages of the initial voltage

Pulsrespons for RC-krets (4)

- Generelt benytter man indeksene 'F' = «Final» og 'i' = «initial»
- Hvis man lader *ut* fra V_F til 0 blir formelen $v_c = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$
- Hvis man lader *opp* fra 0 til V_F , blir formelen $v_c = V_F (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
- De generelle formlene for oppladning og utladning av en kondensator som lades opp/ut via en resistor er gitt av

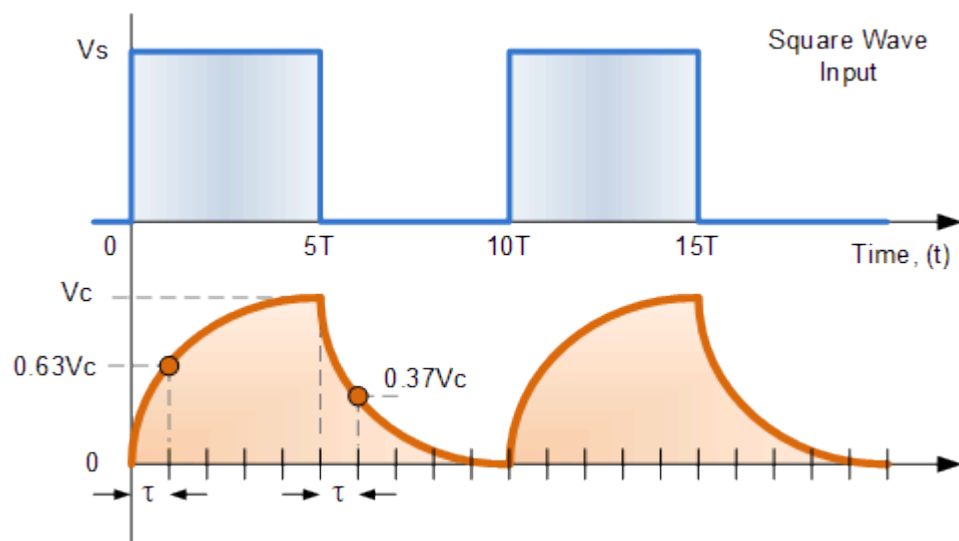
$$v = V_F + (V_i - V_F) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = I_F + (I_i - I_F) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

der V_F og I_F er slutt-verdiene, og V_i og I_i er startverdiene

Pulsrespons for RC-krets (5)

- Vi kan nå generalisere til en generell puls og ta hensyn til at kondensatoren eventuelt ikke lades helt opp/helt ut



$$v = V_F + (V_i - V_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = I_F + (I_i - I_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Generelt

$$v_c = V_F(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Oppladning
fra 0 til V_F

$$v_c = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Utladning
fra V_F til 0

Oppsummering puls- og naturlig respons

- Hva er viktig å kunne/huske:
 - **Oppladning** og **utladning** skjer ikke momentant
 - Opp- og utladningskurvene er **eksponensielle**, og ikke lineære
 - **Naturlig respons** er oppførselen ETTER at spenningskilden er kortsluttet (ingen påvirkning fra eksterne kilder)
 - **Pulsrespons** er oppførselen når
 1. spenningskilden går fra max spenning til 0 (tilsvarer naturlig respons)
 2. spenningskilden går fra 0 til max spenning
- **Tidskonstanten** $\tau=RC$ sier hvor raskt utladningen eller oppladningen skjer
- Ligningen for **utladning** er $v_C = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$
- Ligningen for **oppladning** er $v_C = V_F (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
- Etter $t = \tau 5$ er kondensatoren nesten helt oppladet eller helt utladet
- Vi må **regne ut RC** for å finne opp/utladningstiden for en konkret RC-krets

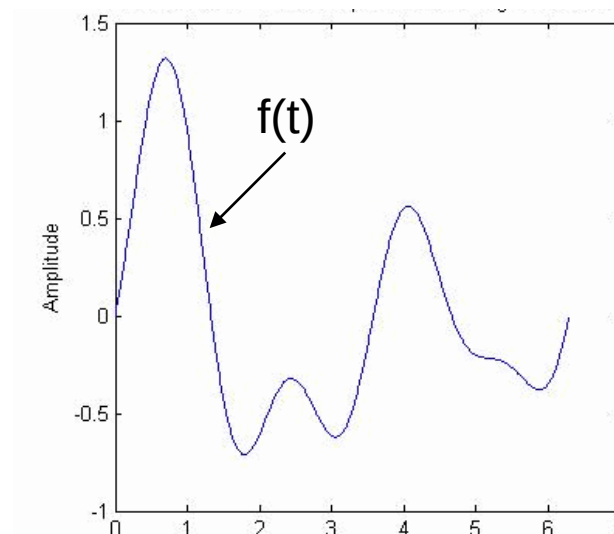
Fouriers teorem

- Et periodisk signal kan skrives som en sum av sinus- og cosinussignaler vha Fourier-transform
 - Vi skal ikke bevise dette; kun se på et eksempel og bruke resultatet
- *Fourier-serien* beskriver hvordan et periodisk signal $f(t)$ kan skrives som en funksjon $g(t)$ som er en (uendelig) sum av sinus- og cosinusledd
- *Fourier-transform* er prosessen med å finne Fourier-serien
- Vi antar derfor at ethvert periodisk inputsignal kan skrives på denne formen:
 - Det kan også vises at vi strengt tatt kun trenger bare sinus eller bare cosinus

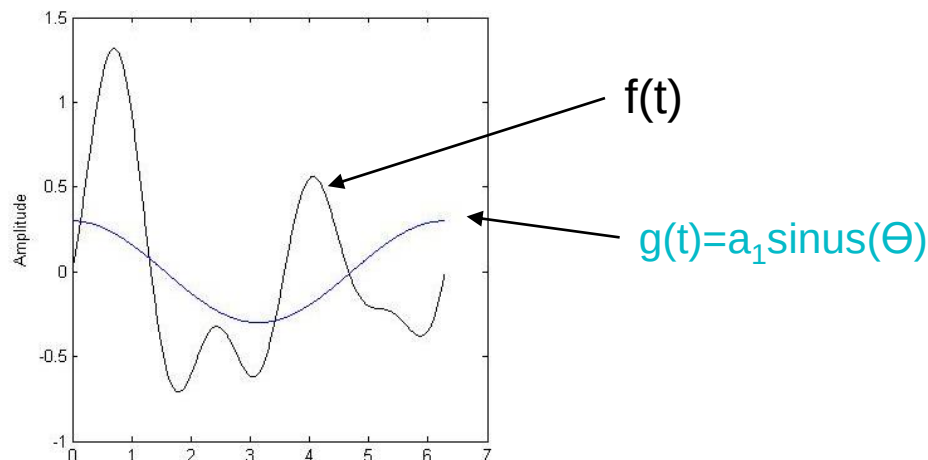
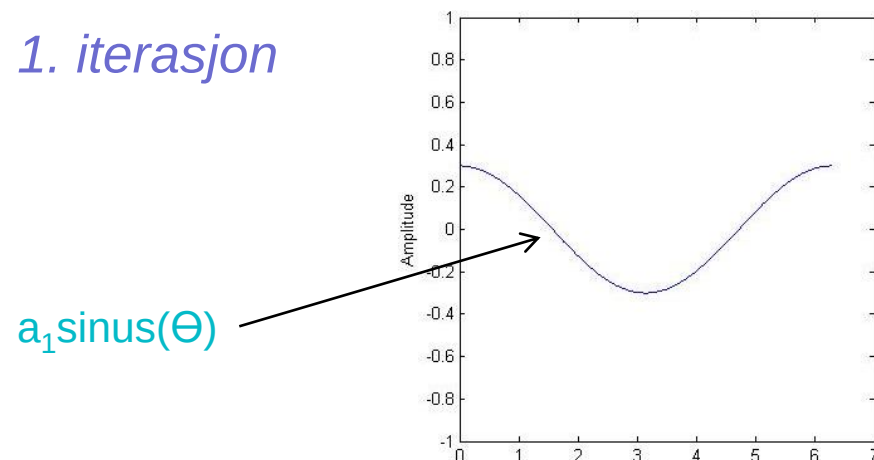
$$g(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$
$$= \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$


Fouriers teorem: eksempel 1

- Ønsker å finne hvilke sinuskomponenter som trengs for å beskrive $f(t)$ som $g(t)$, dvs Fourierserien til $f(t)$
- For å vise prosessen skal vi gradvis prøve med flere og flere ledd i $g(t)$ og så se om $g(t)$ er en god tilnærming til $f(t)$
- Starter med $g(t)$ med ett enkelt ledd
- $a_1 = 0.3$, $T=2\pi$ og $\theta=1/2\pi$



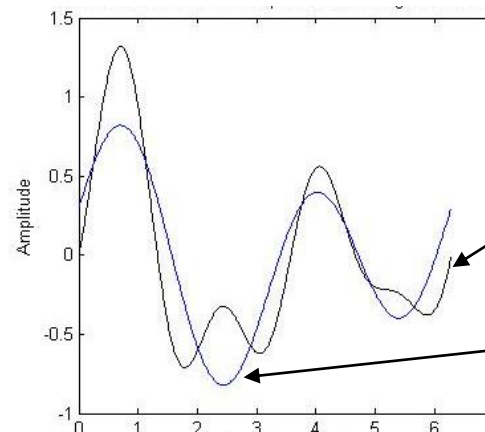
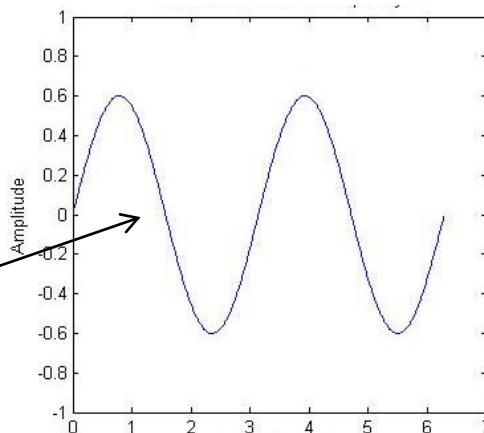
1. iterasjon



Fouriers teorem: eksempel 1 (forts)

2. iterasjon

$$a_3 \sin(3\theta)$$

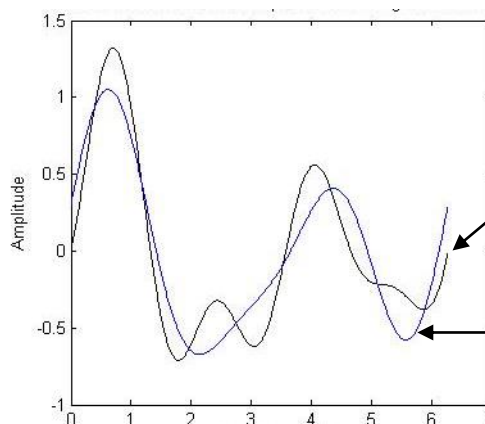
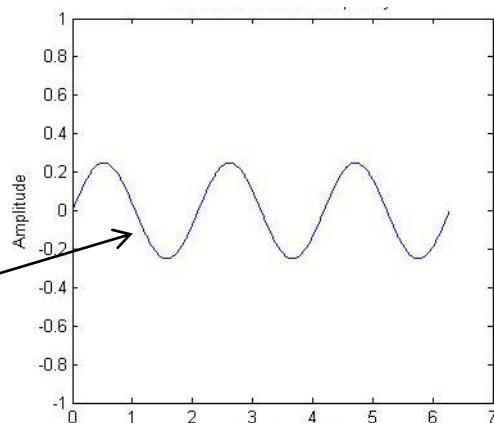


$f(t)$

$$g(t) = a_1 \sin(\theta) + a_3 \sin(3\theta)$$

3. iterasjon

$$a_5 \sin(5\theta)$$

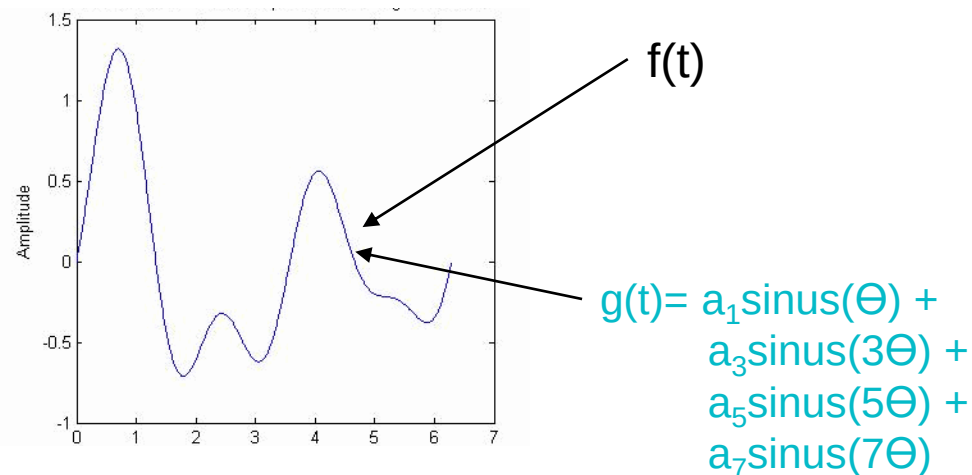
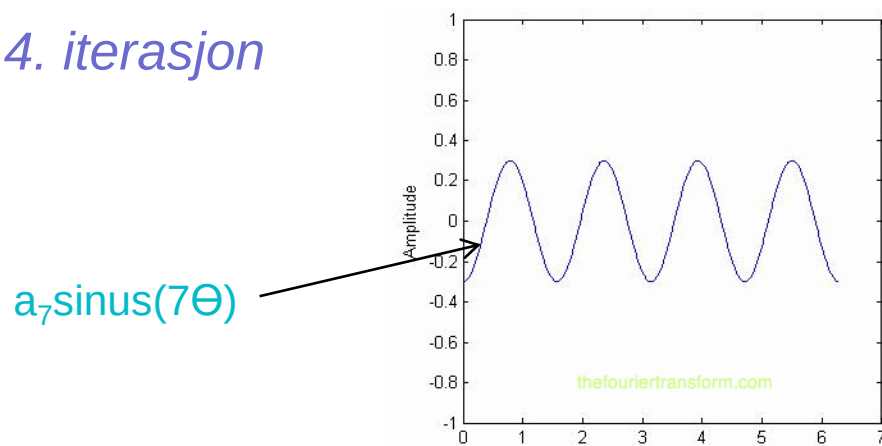


$f(t)$

$$g(t) = a_1 \sin(\theta) + a_3 \sin(3\theta) + a_5 \sin(5\theta)$$

Fouriers teorem: eksempel 1 (forts)

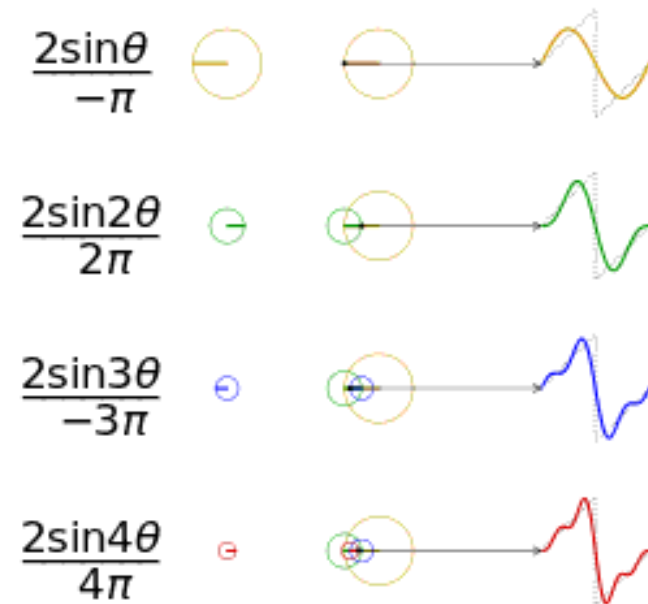
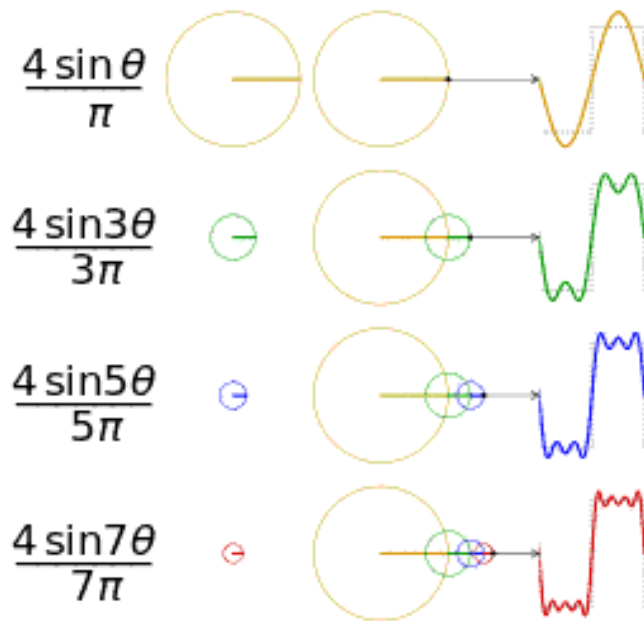
4. iterasjon



- For at $g(t) \approx f(t)$ trengte vi fire sinusledd med fire ulike frekvenser som er et helt antall ganger grunnfrekvensen θ (3θ , 5θ osv)
- Hvor mange ledd vi trenger avhenger bla av hvor nøyaktig vi trenger å være
- Legg merke til at vi ikke har vist hvordan man går frem for å finne $g(t)$ generelt.

Fouriers teorem: eksempel 2

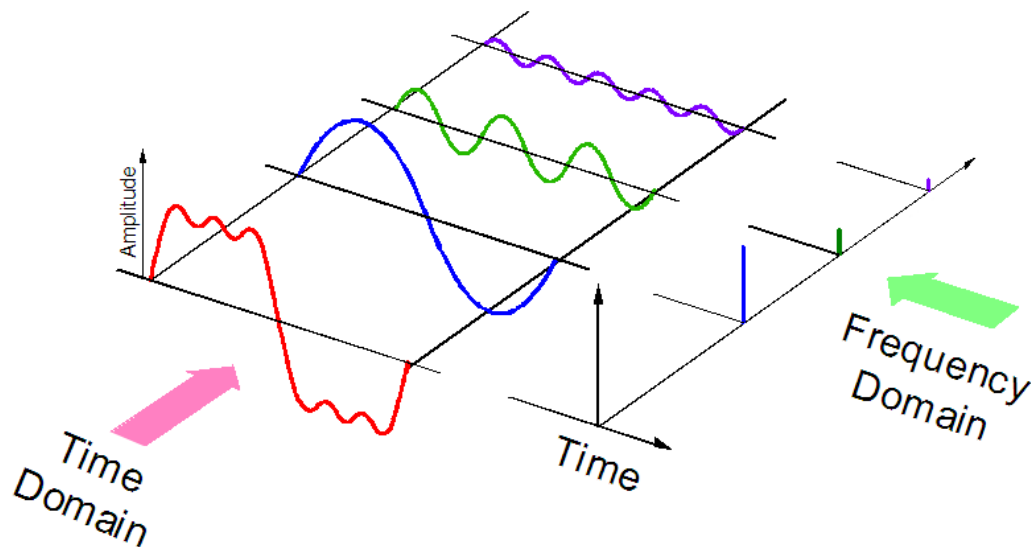
Tilnærming til firkantbølge og sagtannbølge som sum av fire grunnfrekvenser



Vi kan derfor beskrive digitale signaler som en fourier-serie

Sammenheng mellom frekvens og tid

- Når vi beskriver et ac-signal er det noen ganger som funksjon av tid, andre ganger som funksjon av frekvens
- Signalets amplitude er den samme i begge tilfeller

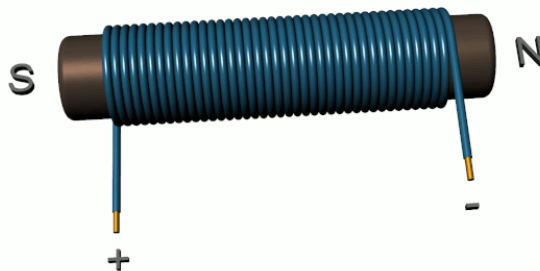
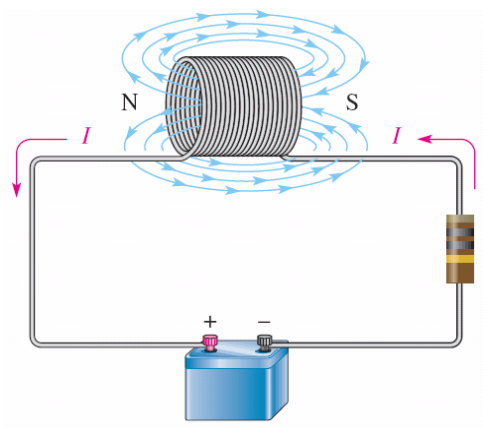


Magnetfelt og induksjon

- **Induktorer** (norsk: spole) er et passivt, **frekvensavhengig** kretselement
- Inne i induktoren lager elektromagnetisk induksjon et magnetfelt som gir et elektrisk felt (spenning) fordi en strøm varierer
- Magnetfeltet kan også generere en ny elektrisk strøm i en annen leder i nærheten og dette kan brukes til å lage en **transformator**
- I en **elektromotor** lager vi et varierende magnetfelt vha en elektrisk strøm, hvor magnetfeltet brukes til å få en annen magnet til å dreie rundt
- I en **generator** lages en elektrisk strøm ved at en permanentmagnet roteres vha en mekanisk kraft (vind, fossefall, bølger etc) og lager en elektrisk strøm i en spole

Induktorer

- En induktor (spole) består av en isolert elektrisk leder surret rundt en metallkjerne eller et ikke-magnetisk materiale



- Hver vinding rundt kjernen gir en magnetisk feltlinje; jo flere vindinger desto flere feltlinjer og sterkere magnetfelt
- En spole kan derfor tenkes på som en *elektromagnet*, dvs en type magnet hvor magnetfeltet lages vha en elektrisk strøm

Induktorer (forts)

- Magnetfeltet lager (induserer) en elektrisk spenning som motarbeider *endringer* i strømmer gjennom spolen
- Styrken på magnetfeltet er proporsjonal med endringen i strømmen gjennom spolen
- Den induserte spenningen er proporsjonal med *endringen* i strømmen

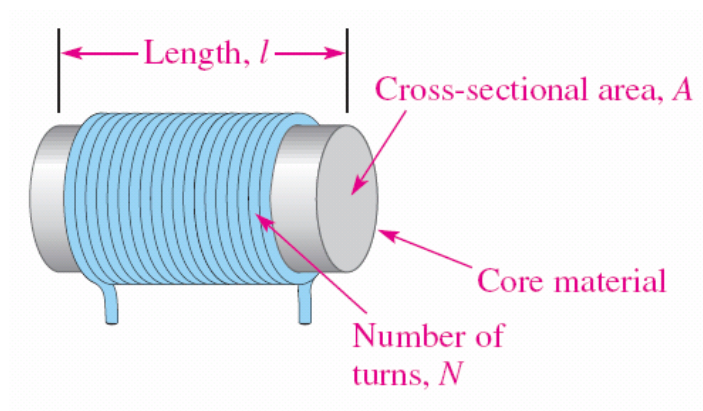
$$v = L \frac{di}{dt}$$

- Ved likestrøm vil en spole ha null induktiv impedans, mens den øker med økende frekvens

Induktorer (forts)

- Induktans L måles i $\text{Henry} = \Omega\text{s}$ og uttrykker spolens evne til å indusere spenning etterhvert som strømmen gjennom spolen endrer seg
- Merk likheten mellom L og C , og forskjellen til R

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

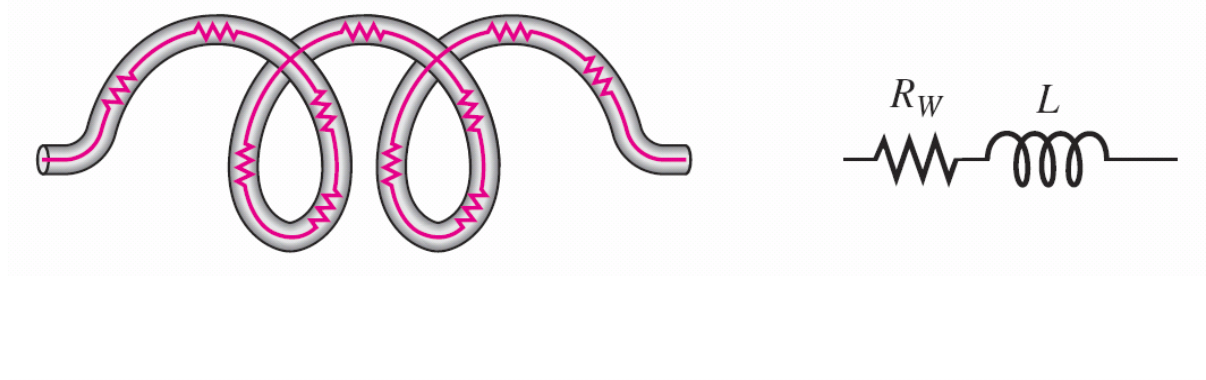


Induktorer (forts)

- Motstanden mot strøm kalles for *induktiv reaktans* og er gitt av

$$X_L = 2\pi fL$$

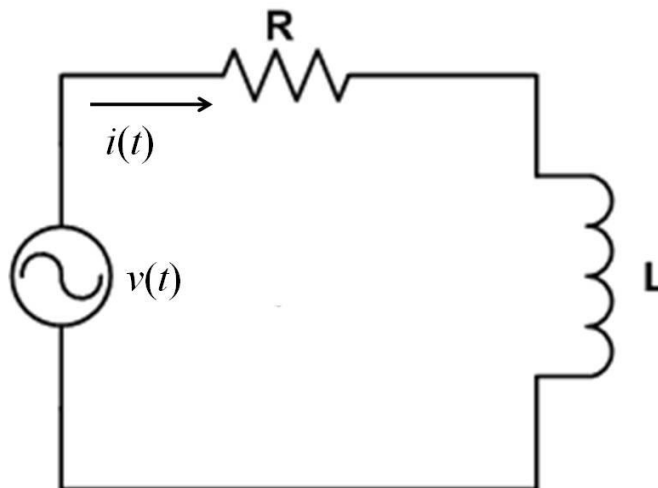
- Spoler har i tillegg resistans som kalles viklingsresistans R_w og skyldes at lederen har ohmsk motstand



Tidskonstant i RL-kretser

- RL-tidskonstanten er forholdet mellom induktansen og resistansen:

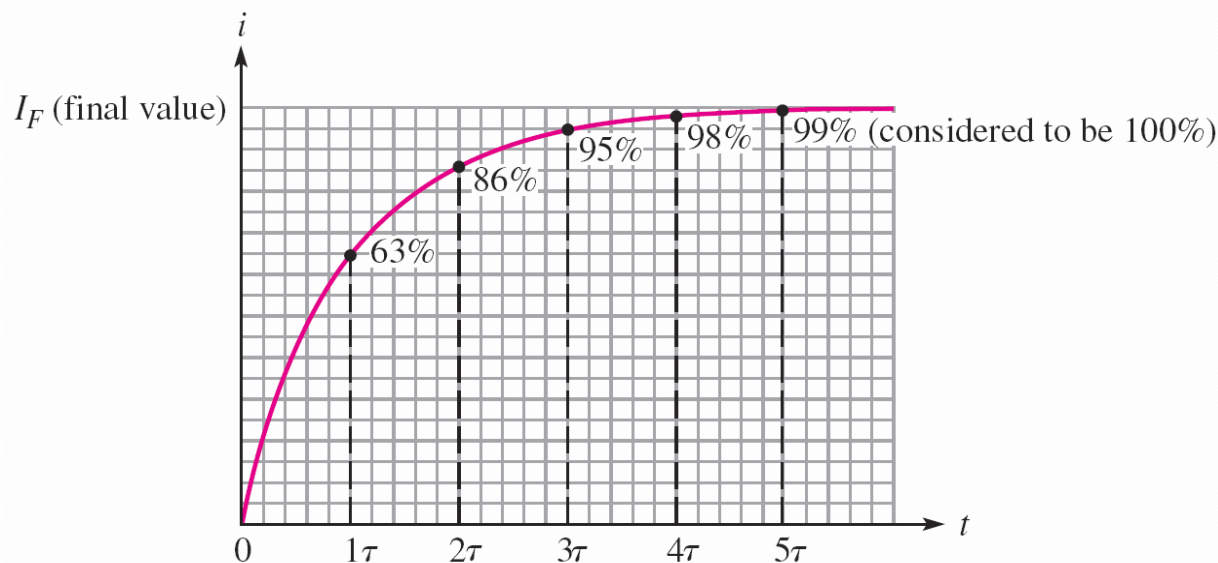
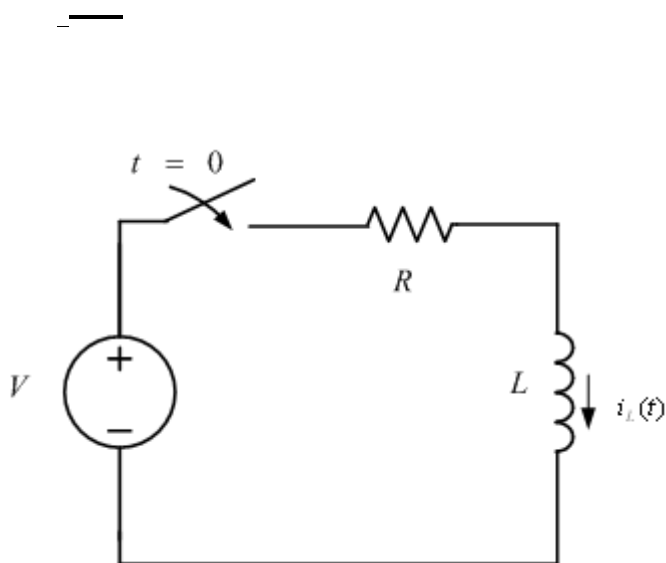
$$\tau = \frac{L}{R}$$



- Tidskonstanten angir hvor fort strømmen kan endre seg i en spole: Jo større induktans, desto lengre tid tar det å endre strømmen

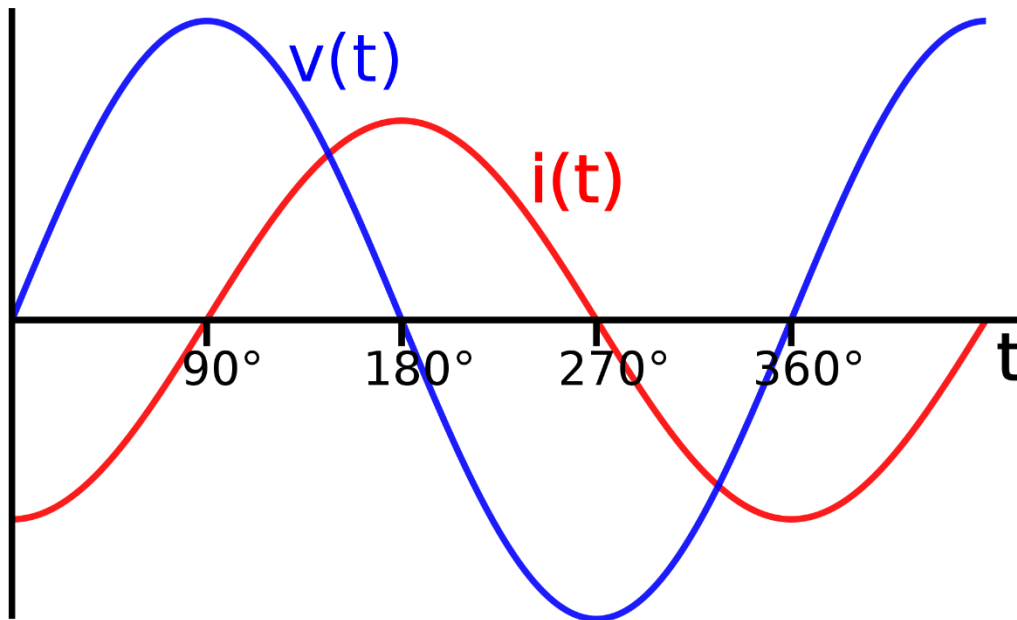
Strøm i RL-kretser

- Hvis en spole kobles *til* en spenningskilde vil strømmen gjennom spolen *øke* eksponensielt:



Forholdet I-V i en spole

- Mens i_c ligger 90° **foran** v_c i en kondensator er det motsatt i en spole: i_L ligger 90° **bak** v_L

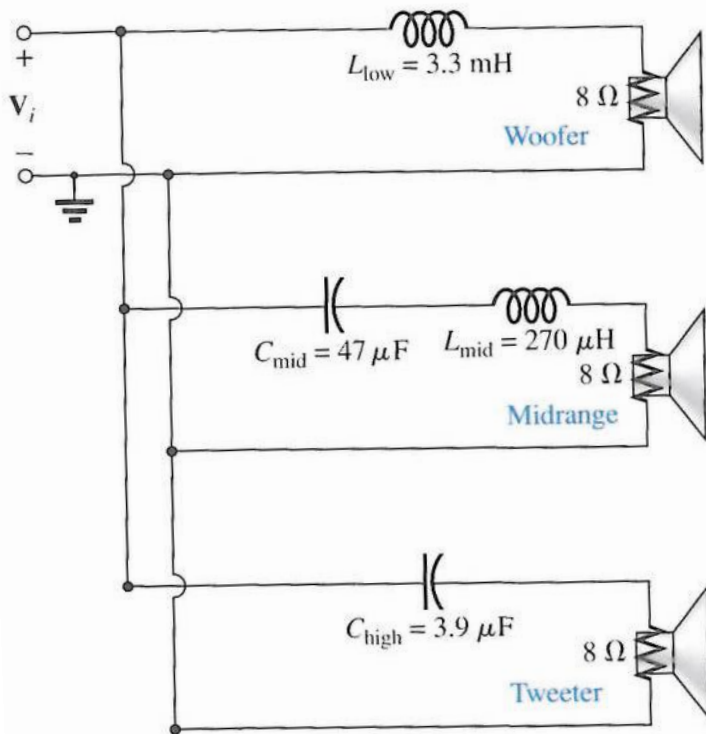


Anvendelse av spoler

- Spoler brukes mindre enn kondensatorer, men svært nyttige i noen anvendelser:
 - . Fjerning av uønskede høyfrekvenssignaler i lange ledere
 - . Aktive og passive filtre
 - . Frekvenstuning i trådløs kommunikasjon (oscillatorer og syntesisere)
- Induktiv reaktans må kontrolleres i alle elektroniske systemer
 - . Setter begrensinger på bla maksimal lengde på ledere

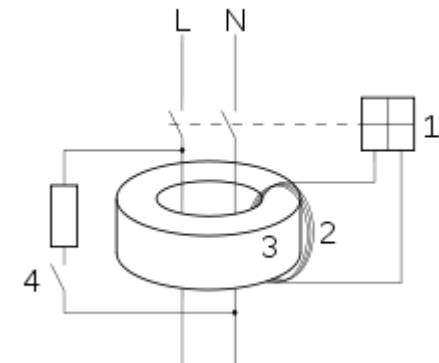
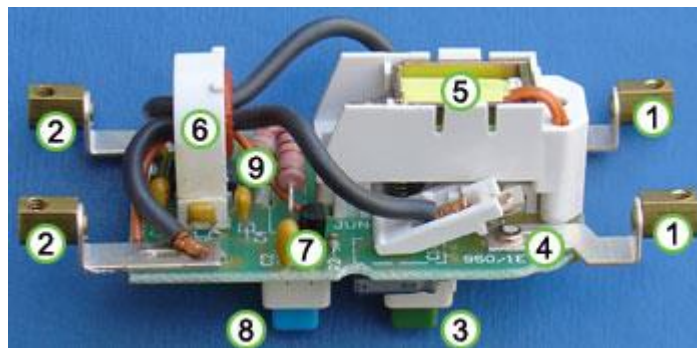
Eksempel på bruk: Delefilter til høyttaler

- Hvert høyttalerelement er laget for et bestemt frekvensområde



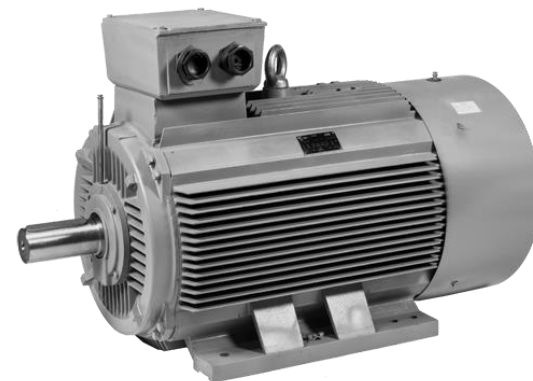
Eksempel på bruk: Jordfeilbryter

- Løser ut en sikring hvis det er jordfeil, dvs hvis én av de to lederne har forbindelse mot jord



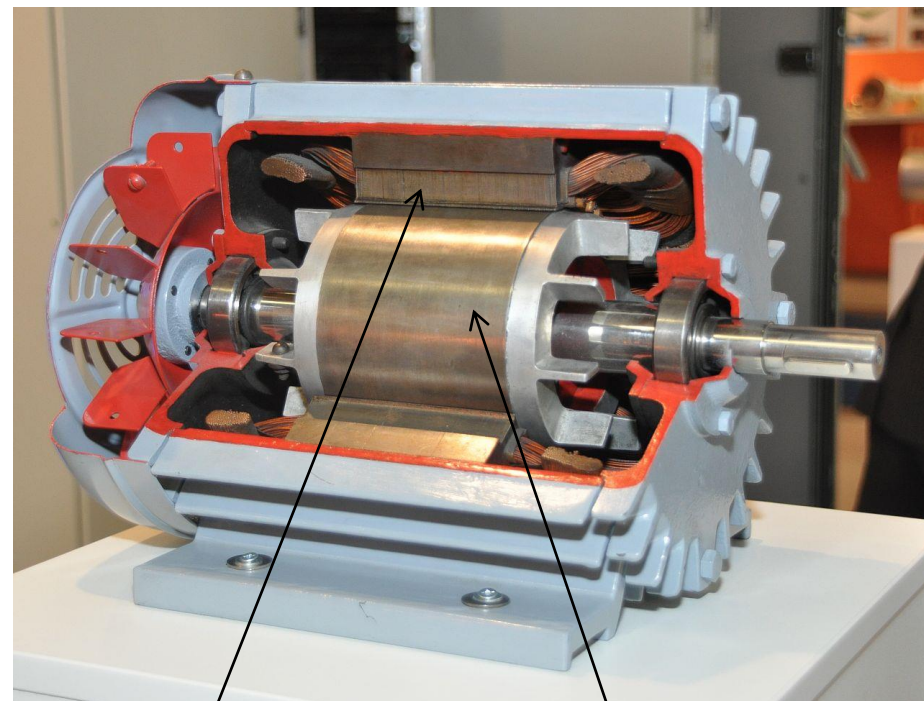
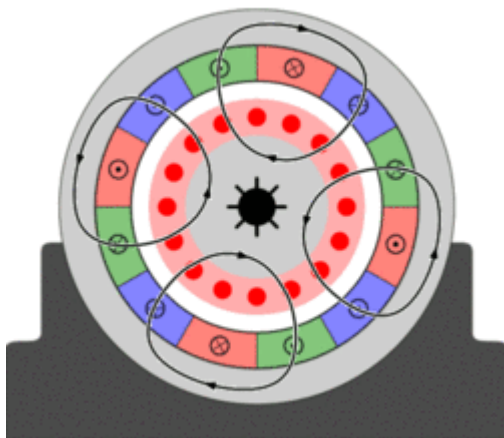
Elektromotorer

- Grunnlaget for den industrielle revolusjonen på slutten av 1800-tallet
- Den effekten en motor leverer måles i kW eller hestekrefter (historisk)
 - $1 \text{ Hk} \approx 736 \text{ W}$
- Utviklingen av effektive (mest mulig av strøm omdannes til bevegelse, ikke varme) er en viktig for tog og elbiler
- Elektromotorer lages i størrelser fra milliWatt (0.001W) til 100 MegaWatt (100 000 000 W)



Prinsipp for elektromotorer

- I en elektromotor er det magnetfelt som endrer retning som får en aksel til å rotere
- Magnetfeltet lages av elektromagneter (spoler)
- Motoren er bygd opp av to hoveddeler
 - Statoren er fast
 - Rotoren er bevegelig og roterer
- Elektromotorer finnes både dc og ac

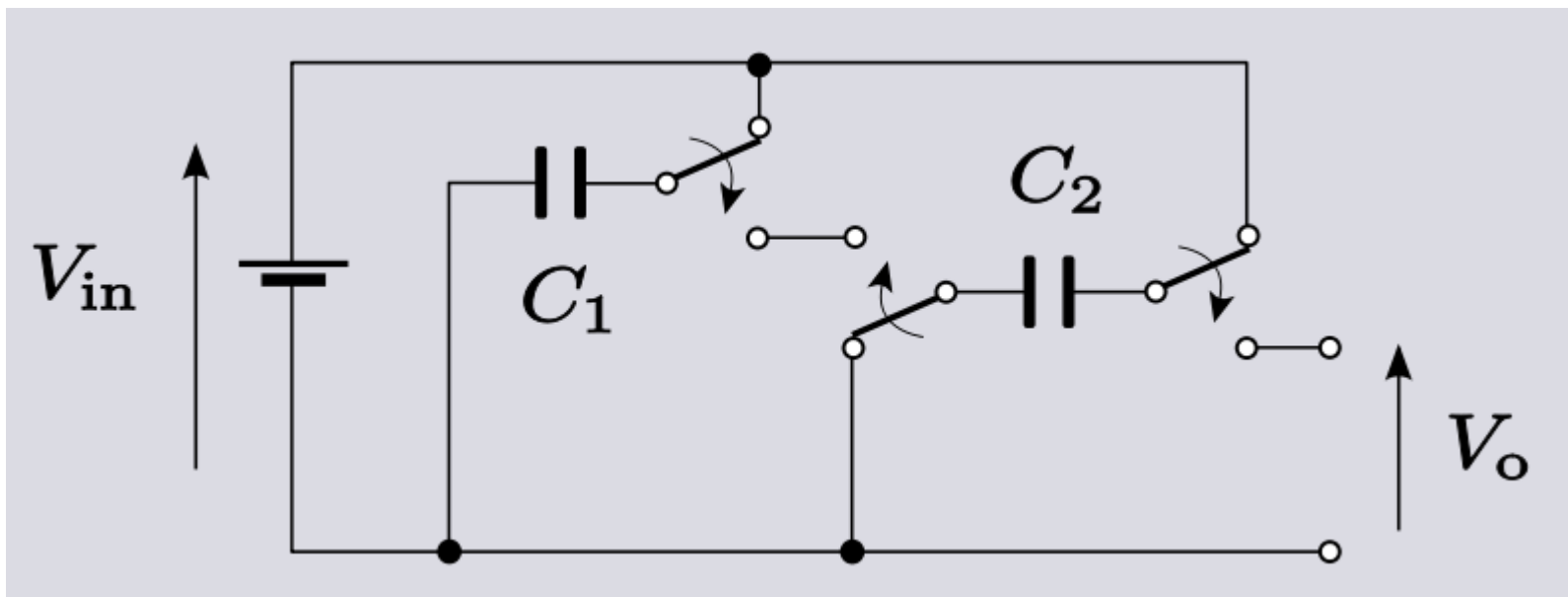


Stator

Rotor

Nøtt til neste gang

- Hva gjør denne kretsen? (dvs hva er sammenhengen mellom V_{in} og V_o når bryterene åpnes og lukkes?) Anta ideelle kondensatorer

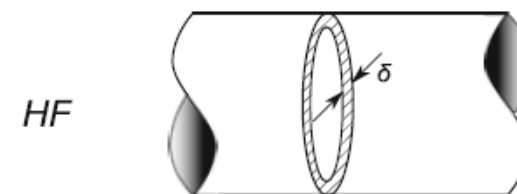
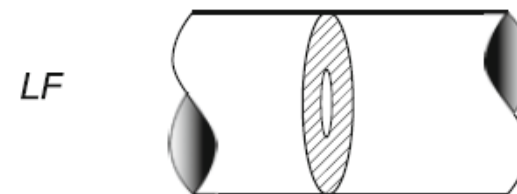
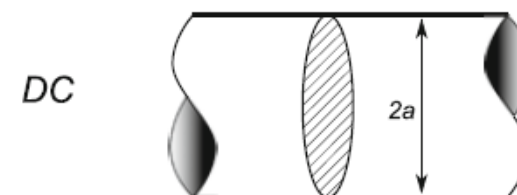
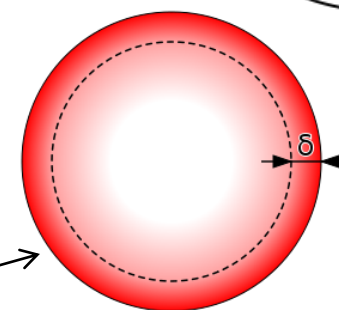
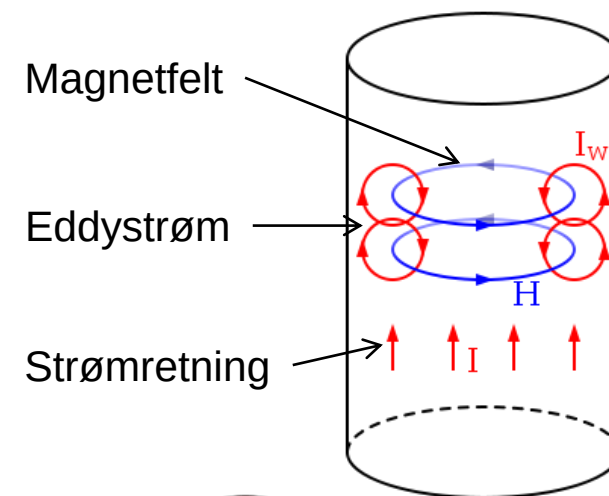


Resistorer, kondensatorer, spoler og ledere ved høye frekvenser

- Har antatt hittil at ledere null resistans, og at resistans er konstant og frekvensuavhengig
- Virkelighetens verden er mer kompleks:
 - Resistansen i ledere er frekvensavhengig
 - Kondensatorer blir til spoler ved høye frekvenser
 - Spoler blir til kondensatorer ved høye frekvenser
 - Resistorer blir til kondensatorer ved middels høye frekvenser og spoler ved veldig høye frekvenser
- **Konsekvens:** En krets må designes for et bestemt frekvensområde og vil ikke nødvendigvis fungere utenfor dette!

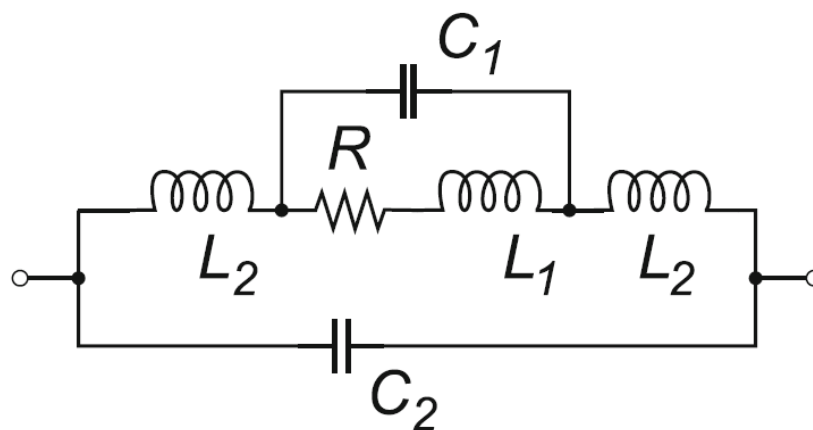
Nøyaktigere modell av ledere

- Ideell: Ledere har ikke kapasitans eller induktans, men noe resistans
- Fysisk leder: Nærhet til andre ledere og hvordan den er plassert kan lage parasittkapasitans og -induktans
- Eddystrømmer går på tvers av magnetfeltet ved ac
- Skin-effekten skyldes Eddystrømmer som reduserer det effektive tverrsnittet med frekvensen (strømmen går bare langs ytterkanten av lederen); resistansen øker med økende frekvens
- Signaler med ulike frekvenser vil møte ulik resistans gjennom samme leder

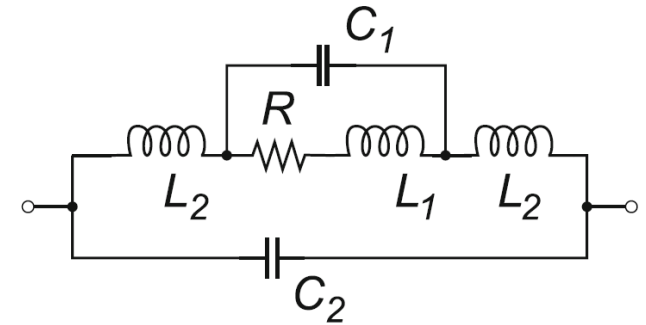


Nøyaktigere modell av resistor (1)

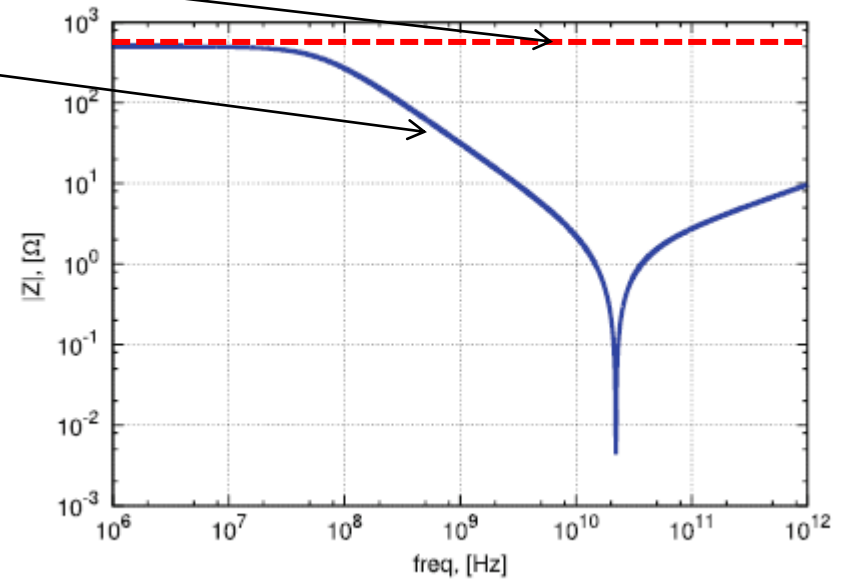
- Ideell: Impedans er uavhengig av frekvens
- I praksis blir resistorer kompliserte kretser når frekvensen blir høy (GHz)
- Årsak: Resistorer bygges med flere ulike materialer med ulike egenskaper for å gi ideell resistans innenfor et bestemt frekvensområde
- Utenfor dette området er karakteristikken langt fra ideell
- Signaler med ulike frekvenser vil møte ulik resistans gjennom samme leder



Nøyaktigere modell av resistor (2)

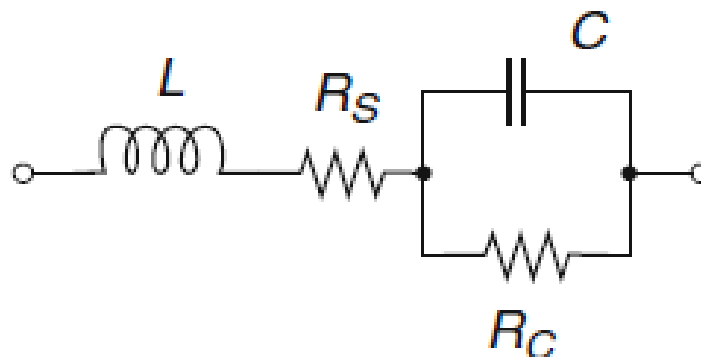


- Ideell karakteristikk
- Fysisk karakteristikk
 - 0 til 20 MHz: Ideell
 - 100MHz til 10GHz: Kapasitansen dominerer
 - 10-30 GHz: Brått fall i Z (resonans)
 - Fra 30 GHz : Induktans dominerer

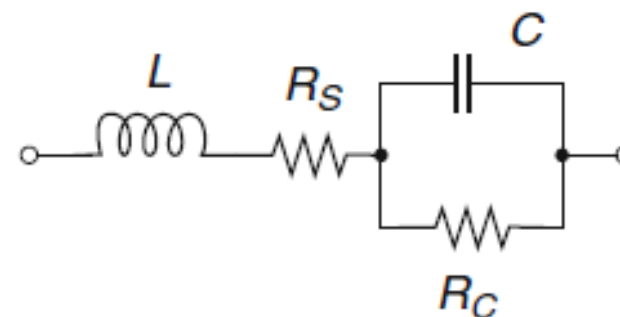


Nøyaktigere modell av kondensator (1)

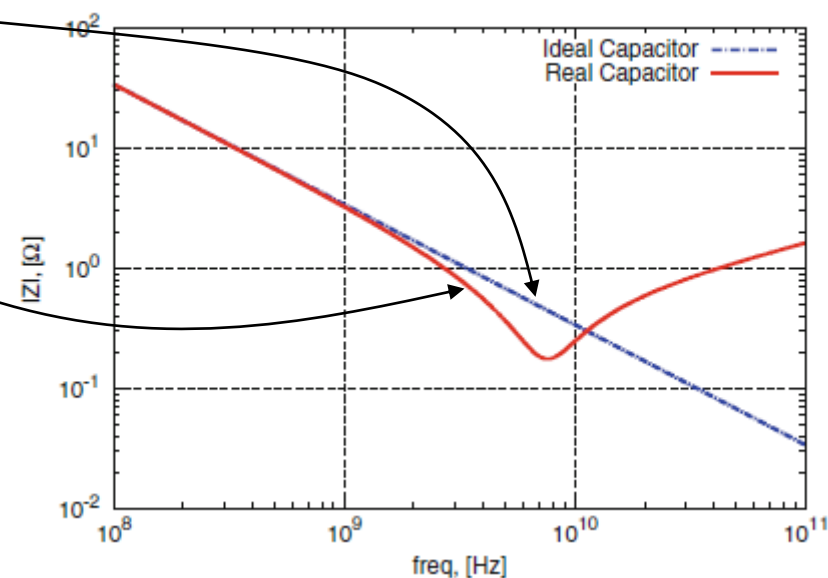
- Ideell karakteristikk: Impedansen faller proporsjonalt med frekvensen
- I praksis blir også kondensatoren en komplisert krets etter hvert som frekvensen øker



Nøyaktigere modell av kondensator (2)

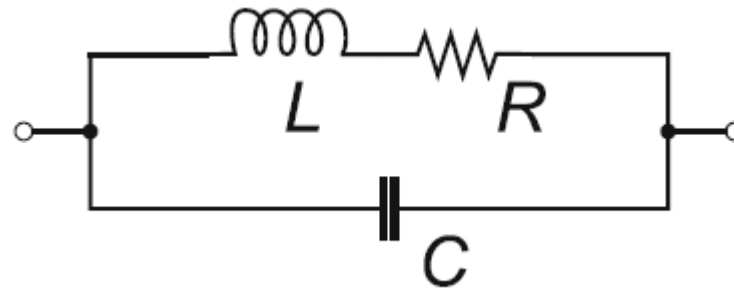


- Ideell karakteristikk
- Fysisk karakteristikk
 - Under 1 GHz: Nær ideell kondensator
 - 1 til 10 GHz: Fall i impedansen (resonans)
 - Over 10 GHz: Induktiv impedans dominerer og kondensatoren oppfører seg mer som en spole



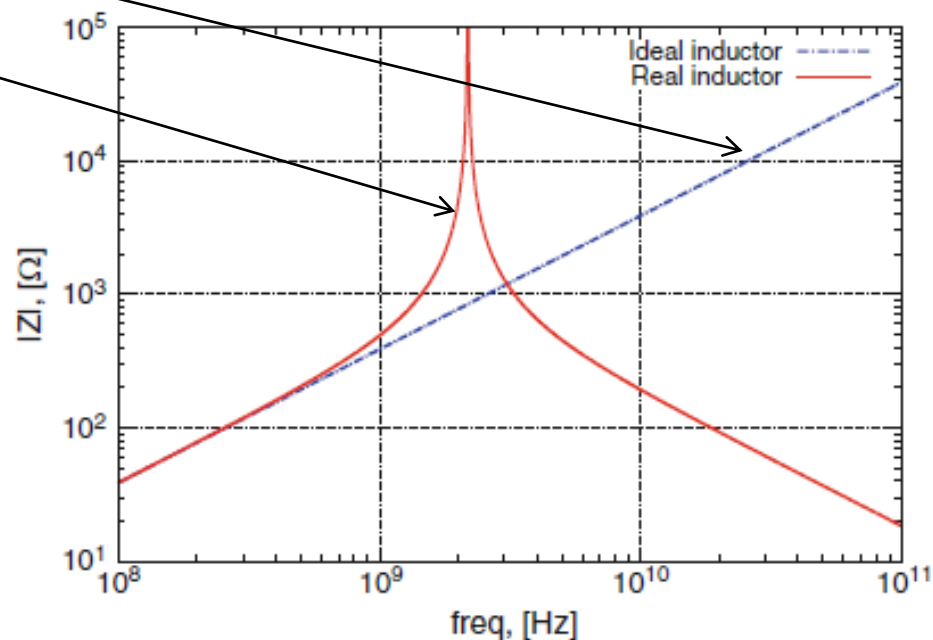
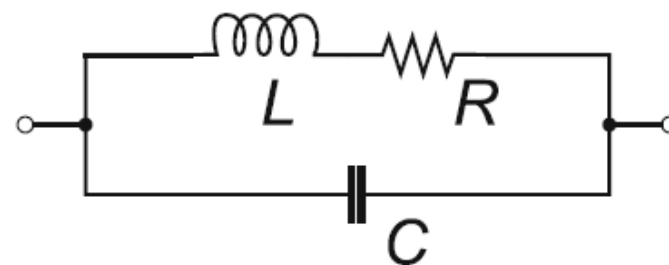
Nøyaktigere modell av induktor (1)

- Ideell induktor: Lineær sammenheng mellom impedans og frekvens
- I praksis mer komplisert, men allikevel enklere enn resistorer og kondensatorer

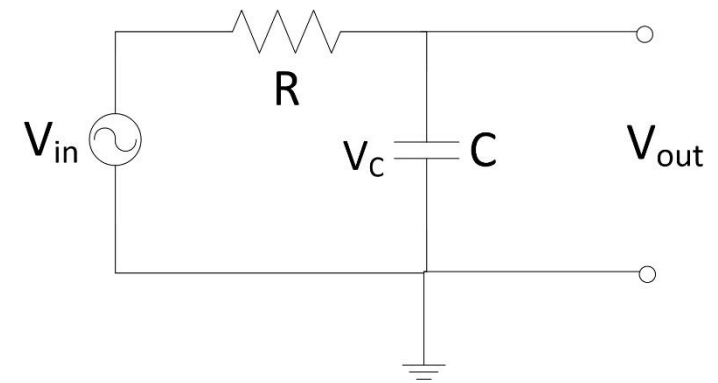


Nøyaktigere modell av induktor (2)

- Ideell karakteristikk:
- Fysisk karakteristikk
 - Under 1GHz: Følger ideell induktor
 - 1-10 GHz: Sterkt økning i impedansen (resonans)
 - Over 10 GHz: Parasittkapasitansen dominerer fullstendig og spolen oppfører seg som en kondensator



Oppgaver



- **Spm 1:** Gitt RC-kretsen oppe til høyre. Hva er sammenhengen mellom V_{out} og V_C ?
- **Spm 2:** Hvordan kan vi finne fasevinkelen (faseforskyvning mellom Z og R) for denne kretsen?
- **Spm 3:** Anta at $R=1k\Omega$ og $C=0,01\mu F$. Finn den totale impedansen Z og fasevinkelen θ mellom R og Z for følgende tre frekvenser:
 - Spm 3.1: 10 kHz
 - Spm 3.2: 20 kHz
 - Spm 3.3: 30 kHz
- **Spm 4:** Hva er V_{out} uttrykt ved V_{in} , R og X_C ?
- **Spm 5:** Forklar hva som skjer med amplituden til V_{out} når frekvensen til V_{in} øker
- **Spm 6:** Forklar hva som skjer med fasevinkelen mellom V_{in} og V_{out} når frekvensen til V_{in} øker
- **Spm 7:** Hva skjer med tidsforsinkelsen mellom V_{in} og V_{out} når frekvensen til V_{in} øker?

Oppgaver

- **Spm 1** : Hva er faseforskjellen mellom strøm og spenning gjennom en kondensator?
- **Spm 2**: Hva er formelen for tidskonstanten til en spole, og hva sier den?
- **Spm 3-1** : Hva er en kondensators impedans ved $f = 0$ Hz, og hva kan den erstattes med i dette tilfellet?
- **Spm 3-2** : Hva er en kondensators impedans ved $f \approx \infty$ og hva kan den erstattes med i dette tilfellet?
- **Spm 4-1** Hva er en spoles impedans ved $f = 0$ Hz, og hva kan den erstattes med i dette tilfellet?
- **Spm 4-2** : Hva er en spoles impedans ved $f \approx \infty$ og hva kan den erstattes med i dette tilfellet?
- **Spm 5**: Hva er måleenheten for induktans?
- **Spm 6** : Hva er faseforskyvningen mellom strøm og spenning i en spole?

Oppgaver

- **Spm 1:** Hva sier tidskonstanten?
- **Spm 2:** Hvis en kondensator lades ut gjennom en resistor, hvor mye har spenningen falt til etter $\tau=1$?
- **Spm 3:** Hvis en kondensator lades opp gjennom en resistor, hvor mye har spenningen økt etter $\tau=1$?
- **Spm 4:** For hvilken τ regner man at kondensatoren er enten helt oppladet eller utladet, og hvorfor?
- **Spm 5:** Hvis vi ønsker $\tau=16\text{ms}$ for $R=4\text{k}\Omega$, hva må da kapasitansen være?
- **Spm 6:** Hva er tidskonstanten til kretsen til høyre?
- **Spm 7:** Anta at kondensatoren er helt utladet før batteriet kobles inn ved $t=0\text{s}$. Hva er ligningene for $v_c(t)$, $i_c(t)$ og $v_R(t)$ når $t>0$?
- **Spm 8:** Hva er verdien til v_c etter 20ms ?
- **Spm 9:** Hvor mye ladning er på kondensatoren etter $t=2\tau$?
- **Spm 10:** Hvor stor er ladningen når kondensatoren er helt oppladet?

