IN1150 – Logiske metoder / høsten 2022 / oppgaver til kapittel 6

Oppgave 1. La A være mengden $\{1, 2, 3, a, b\}$, og la følgende være relasjoner på A. For hver relasjon, avgjør hvilke av egenskapene refleksiv, irrefleksiv, transitiv, symmetrisk og anti-symmetrisk den har.

(a) $R = \{\langle 1, a\rangle, \langle 1, 1\rangle, \langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle a, 1\rangle\}$
(b) $R = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
(c) $R = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, a\rangle, \langle a, 1\rangle, \langle b, b\rangle, \langle a, a\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$
(d) $R = \{\langle 1, 3\rangle, \langle 3, a\rangle, \langle 1, a\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, b\rangle\}$

Oppgave 2. La $A = \{1, 3, 6, 7, 12, 15, 17\}$, og la R være en relasjon på A som er slik at $\{\langle x, y\rangle \in R \mid x/y \text{ er et naturlig tall større enn } 1\}$. Hvilke elementer er med i relasjonen R? Hvilke egenskaper har R? (Her betyr x/y tallet x *delt på* y. Se forrige oppgave for relevante egenskaper.)

Oppgave 3. La $A = \{1, 2, 3\}$. For hver av deloppgavene under, finn en relasjon på A som har de angitte egenskapene. Oppgi relasjonen som en mengde av tupler.

(a) refleksiv og symmetrisk
(b) symmetrisk, anti-symmetrisk og transitiv
(c) irrefleksiv, symmetrisk og transitiv
(d) ikke-refleksiv, symmetrisk og ikke-transitiv

Oppgave 4.

La E være relasjonen på *mengder* av naturlige tall slik at $\langle A, B\rangle \in E$ når det er nøyaktig ett element i $A \setminus B$. En mengde A er altså relatert til en mengde B hvis mengdedifferansen mellom A og B inneholder nøyaktig ett element. For eksempel er mengden $\{1, 2\}$ relatert til $\{1\}$ fordi mengdedifferansen er $\{1, 2\} \setminus \{1\} = \{2\}$, som har nøyaktig ett element. Vi har også at $\{5\}$ er relatert til $\{3\}$, fordi $\{5\} \setminus \{3\} = \{5\}$, som har ett element. Derimot er $\{1, 2, 3\}$ ikke relatert til $\{2\}$, fordi $\{1, 2, 3\} \setminus \{2\} = \{1, 3\}$, som har to elementer. Husk at alt det er kun *mengder* som er relaterte til hverandre; hvis A er relatert til B, så er både A og B mengder av naturlige tall.

(a) Finn ett eksempel på to mengder, A og B, slik at A er relatert til B, og finn ett eksempel på to mengder, A og B, slik at A *ikke* er relatert til B. Eksemplene må være forksjellige fra eksemplene gitt i oppgaveteksten.

For hver av deloppgavene under, begrunn svaret ditt: Hvis ja, forklar hvorfor; hvis nei, forklar hvorfor ikke.

(b) Er relasjonen E symmetrisk?
(c) Er relasjonen E transitiv?
(d) Er relasjonen E irrefleksiv?

Hint: Her må du bruke definisjonene av begrepene symmetrisk, transitiv og irrefleksiv.