IN1150 – Logiske metoder / høsten 2022 / oppgaver til kapittel 14

Oppgave 1. Anta a, b og c er konstantsymboler som tolkes som Arne, Bjarne og Carl. Anta vi har relasjonssymbolene P, U, S og F der Px tolkes som *x er populær*, Ux tolkes som *x er usikker*, Sxy tolkes som *x er sjalu på y* og Fxy tolkes som *x er forelsket i y*. Finn førsteordens formler som representerer følgende utsagn:

(a) Bjarne er usikker.
(b) Carl er sjalu på noen.
(c) Carl er forelsket i Arne, men ikke i Bjarne.
(d) Alle er forelsket i noen.
(e) Arne er sjalu på noen som både er usikker og populær.
(f) Ingen er forelsket i Carl.
(g) Arne er sjalu på alle, men Bjarne er ikke det.
(h) De som er forelsket i seg selv er populære, men usikre.
(i) (Ekstra:) Alle er sjalu på de som er forelsket i noen som de selv er forelsket i.

Oppgave 2. Anta at konstantsymbolene a, b og c tolkes som Astrid, Bodil og Camilla. Anta at K, O, S og F er relasjonssymboler slik at Kx tolkes som x *har et stort kontor*, Ox tolkes som x *jobber overtid*, Sxy tolkes som x *er sjefen til* y og Fxy tolkes som x *er flinkere enn* y. Finn *gode* og *naturlige* norske setninger for følgende førsteordens formler.

(a) $(Kb \wedge \neg Oa)$
(b) $\forall x Ox$
(c) $\exists x(Ox \wedge Sxc)$
(d) $\forall x(Fbx \rightarrow \neg Kx)$
(e) $\forall x \exists y Fyx$
(f) $(\forall x Scx \wedge \exists y Ky)$
(g) $\exists x \forall y(Oy \rightarrow Fxy)$
(h) $\forall x \forall y(Sxy \rightarrow \exists z Szx)$

Oppgave 3. Avgjør om følgende formler er lukkede eller ikke. Hvis de ikke er det, oppgi de frie variablene. Kun a og b er konstantsymboler.

(a) $\forall x(Px \wedge \neg Px)$
(b) $\forall x Pa$
(c) $\exists x \exists y Px \vee Py$
(d) $\forall x \exists y(Rxy \rightarrow \neg \exists z Ryb)$
(e) $\forall x(Py \wedge \neg Px)$
(f) $(\forall x Px \wedge Qx)$
(g) $Pa \rightarrow Px$
(h) $\forall x \forall y \forall x(Rxy \rightarrow Ryz)$

Oppgave 4. La Fx bety at «x er en forsker». Uttrykk følgende utsagn ved hjelp av førsteordens formler, hvor vi kun har lov til å bruke F, og eventuelt $=$ eller $\neq$, som relasjonssymboler.

(a) Det finnes to personer som er forskere.
(b) Det finnes nøyaktig én forsker.