IN1150 – Logiske metoder / høsten 2022 / oppgaver til kapittel 19

Oppgave 1.

(a) Åge Rant har ni sjongleringsballer som alle har forskjellige farger. Han har fire forskjellige skuffer å legge ballene i. På hvor mange forskjellige måter kan han legge ballene i skuffene? Vi er her kun opptatt av hvilke baller som havner i hvilke skuffer.

(b) Han velger å kjøpe ni nye sjongleringsballer som alle er hvite, og det er umulig å se forskjell på dem. På hvor mange forskjellige måter kan han legge de nye ballene i de fire skuffene sine? Vi er her altså kun opptatt av hvor mange baller som havner i hver skuff.

Oppgave 2. La T være mengden $\{1, 2, 3, 4\}$.

(a) Hvor mange delmengder av T med nøyaktig ett element finnes det? Hvor mange delmengder av T med nøyaktig to elementer finnes det?

(b) Hvor mange delmengder av T med nøyaktig tre elementer finnes det? Hvor mange delmengder av T med nøyaktig fire elementer finnes det? Hvor mange delmengder av T finnes det totalt?

(c) Forklar hvorfor vi generelt har at

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n}.$$

Hint: Forsøk først å se hvorfor det er slik når $n = 4$ eller $n = 3$.

Oppgave 3. Anta mengden A har n elementer, og at $|A| = |B|$. Hvor mange funksjoner $f : A \to B$ finnes det slik at f er bijektiv? Begrunn svaret.

Oppgave 4. Tulleland har et romskip som skal reise til Mars med 101 passasjerer. Disse passasjerene skal fordeles på romskipets tre unike kabiner. Hver kabin må ha mellom én og femti passasjerer. På hvor mange måter kan passasjerene fordeles i de tre kabinene? Forklar kort hvordan du regner ut svaret.

Kommentarer: Vi ser altså ikke forskjell på passasjerene her; vi er kun interessert i antallet passasjerer i hver av de tre kabinene. Det kan for eksempel være 50 passasjerer i den første kabinen, 40 passasjerer i den andre kabinen, og 11 passasjerer i den tredje kabinen. En annen måte er at det er 11 passasjerer i den første kabinen, 40 passasjerer i den andre kabinen, og 50 passasjerer i den tredje kabinen.

Hint: Hvor mange fordelinger finnes med én passasjer i den første kabinen? Hvor mange fordelinger finnes med to passasjerer i den første kabinen?