IN1150 – Logiske metoder / høsten 2022 / oppgaver til kapittel 21

Oppgave 1. Anta at vi har en enkel graf G med nodene $V = \{a, b, c, d, e\}$ og kantene $E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{e, c\}, \{e, b\}, \{c, d\}, \{d, e\}\}$.

(a) Tegn denne grafen.
(b) Er dette en komplett graf? Hvis ja, hvorfor? Hvis nei, hva mangler?
(c) Hva er nodene og kantene til $\overline{G}$, komplementet til G?

Oppgave 2.

(a) Hva er summen av gradene i en graf med fem noder og tre kanter?
(b) Hva er summen av gradene i en graf med tre noder og fem kanter?
(c) Hva er summen av gradene i K_4, den komplette grafen med fire noder?
(d) Hva er summen av gradene til $\overline{K_5}$, komplementet til K_5?

Oppgave 3.

(a) Finn en *rettet* graf med nøyaktig fire noder og tre kanter, og definer denne presist som en mengde med noder og en mengde med kanter. Tegn deretter grafen.
(b) Anta at en enkel, rettet graf har nodene $\{a, b, c\}$. Hvor mange forskjellige rettede grafer kan denne gi opphav til? Du trenger kun å oppgi tallet. (Vi tillater altså ikke løkker eller parallelle kanter, men to noder kan ha to kanter mellom seg dersom de har forskjellig retning.)
(c) Hva er svaret på (b) dersom vi ikke tillater at to noder har to kanter mellom seg?
(d) Hva er svaret på (b) for en graf med n noder (hvor $n \geqslant 2$)?

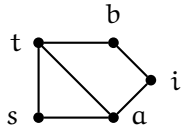
Oppgave 4. La G være grafen med nodene $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ og kantene

$$\{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}.$$

For hver av grafene nedenfor, avgjør om denne grafen er isomorf med G. Hvis den er det, gi en isomorfi fra G til grafen. Hvis ikke, forklar hvorfor de ikke er isomorfe.

(a) Grafen H_1 med noder $\{a, b, c, d\}$ og kanter $\{\{a, b\}, \{b, a\}, \{a, c\}, \{c, d\}, \{d, a\}, \{b, c\}\}$.
(b) Grafen H_2 med noder $\{e, f, s, o, i\}$ og kanter $\{\{o, s\}, \{f, s\}, \{i, f\}, \{e, i\}, \{o, e\}, \{o, f\}\}$.

(c) Grafen H_3:



(d) Grafen H_4:

