IN1150 – Logiske metoder / høsten 2022 / oppgaver til kapittel 24

Oppgave 1.

(a) Gi et bevis for formelen $P \to (\neg Q \to (\neg Q \wedge P))$ i naturlig deduksjon.
(b) Gi en utledning av formelen $\neg\neg P \wedge \neg Q$ i naturlig deduksjon slik at $\neg Q \wedge P$ er den eneste åpne antakelsen i utledningen.

Oppgave 2.

(a) Gi en utledning av formelen $\neg(P \wedge (Q \to R))$ i naturlig deduksjon slik at $\neg P$ er den eneste åpne antakelsen.
(b) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $P \to Q$ er en logisk konsekvens av formelen $\neg P \vee (P \to Q)$.

Oppgave 3.

(a) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $(P \wedge Q) \to (\neg P \vee \neg\neg Q)$ er en tautologi.
(b) Finn en utledning av en formel i naturlig deduksjon som har følgende egenskaper:
   - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge$E.
   - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge$I.
   - Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\to$I.
   - Utledningen har nøyaktig én åpen antakelse.
   - Utledningen har nøyaktig én lukket antakelse.

   Det vil si, du skal finne én utledning som har alle disse egenskapene samtidig. Det er ikke nødvendigvis samme formel som i (a). Hint: Utledning trenger ikke å være så stor.

Oppgave 4.

(a) Gi en utledning av formelen $P \to (Q \vee R)$ i naturlig deduksjon slik at $(P \to Q) \vee (P \to R)$ er den eneste åpne antakelsen.
(b) Gi et bevis for formelen $\neg\neg\neg(P \wedge Q) \to \neg(P \wedge Q)$ i naturlig deduksjon.