Kap 19 og 20

tirsdag 14. april 2020 10:10

Merk: Dette er ganske uformelt og muntlig skrevet. Formelle definisjoner står i boka.

Kapittel 19

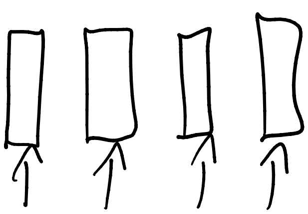
Gangeprinsippet

2 gensere

3 t-skjorter

$2 \cdot 3 = 6$

Kodelås 0-9



$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$

Rekkefølge

a, b, c, d, e

b a d c e

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

Rekkefølger n elementer: $n!$

a b c d e

$\underline{c}$ $\underline{b}$ $\underline{d}$ $\neq$ bcd

$$\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} = \frac{5!}{2!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1} = \frac{5!}{(5-3)!}$$

<u>Permutasjon:</u>

Trekk $\underline{k}$ fra $\underline{n}$, $\frac{n!}{(n-k)!}$

<u>Kombinasjon</u>

a b c d e

$\underline{a}$ $\underline{b}$ $\underline{d}$ $\leftarrow 3!$

$$\frac{5\cdot4\cdot3}{3!} = \frac{5!}{(5-3)!\,3!}$$

Trekke k ting fra n: $\boxed{\frac{n!}{(n-k)!\,k!}} = \binom{n}{k}$

$$\boxed{(n-k)!\,k!} \quad \binom{\ }{k}$$

$$\frac{10!}{5!\,5!}$$

Trekke k ting fra n ting

	Ordnet	Uordnet
Med Repitisjon	"KODELÅS" $n^k = \underbrace{n \cdot n \cdot \ldots \cdot n}_{k}$	$\binom{n+k-1}{k}$
Uten repitisjon	PERMUTASJON $\frac{n!}{(n-k)!}$	KOMBINASJON $\frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \binom{n}{k}$

$n = 7$, $k = k$:

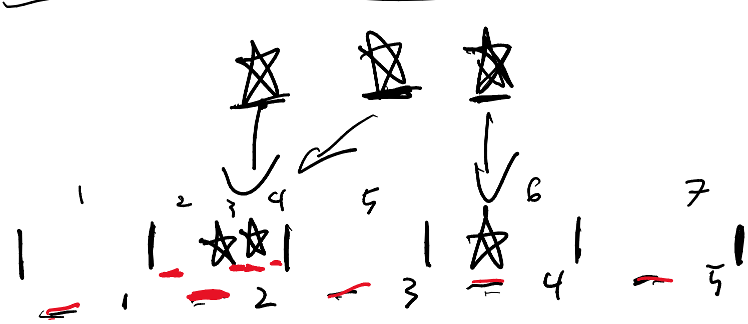
$$\frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{\underline{7} \cdot \underline{6} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \cancel{(3 \cdot 2 \cdot 1)}}{\cancel{(3 \cdot 2 \cdot 1)}}$$

$$4!$$

$n = 5$
$k = 3$

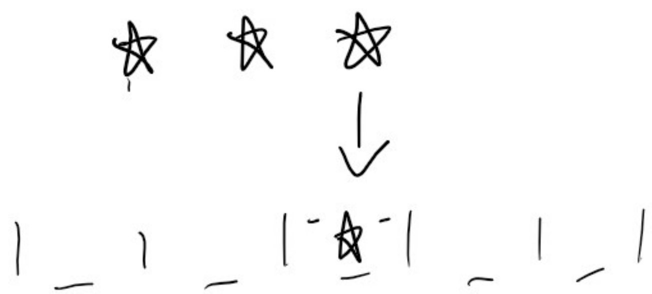
$$a,\ \underline{b},\ c,\ d,\ e$$

$$aab = aba$$



$$\boxed{\frac{5\cdot 6\cdot 7}{3!}} = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{(5+3-1)!}{4!\,3!}$$

$$\binom{\overset{5}{n}+\overset{3}{k}-1}{k} = \frac{7!}{4!\,3!}$$



$$\frac{5\cdot 6\cdot 7}{3!}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

$$\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!\,k!}$$

Trekker 3 fra 5

$$7\cdot 6\cdot 5 = \frac{7!}{4!} = \frac{\cancel{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}$$

$$\frac{5\cdot 6\cdot 7}{3!} = \frac{7!}{4!\,3!}$$

$$= \frac{(5+3-1)!}{(5-1)!\,3!}$$

$$\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!\,k!}$$

$(5-1)!\ 3!$ $\qquad$ K $\quad (n-1)!\,k!$

$\underline{6}\cdot 7\cdot 8\cdot 9$

$\frac{(6+4-1)!}{(6-1)!} \qquad \frac{9!}{5!}$

Kapittel 20

Algebra

Definisjoner

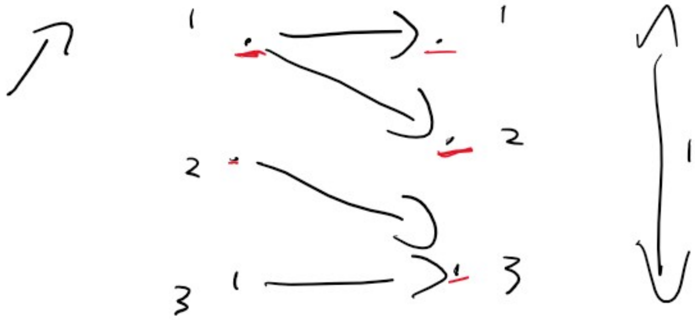
Invers relasjon

La R være en relasjon på S.

$S = \{1, 2, 3\}$.

"$S \to S$"

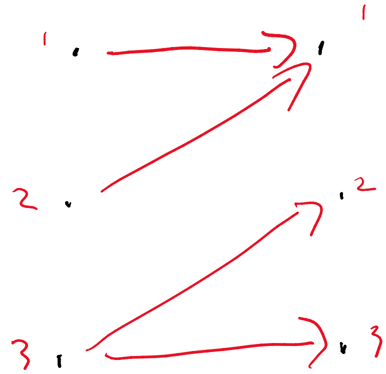
$R = \{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,3\rangle\}$



METAFOR

"Bytte rekkefølge"

R invers $R^{-1} = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 3,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}$



Alle relasjoner har en invers.

<u>Invers funksjon</u> $f : \underline{A} \to \underline{B}$

$f(a) = b$

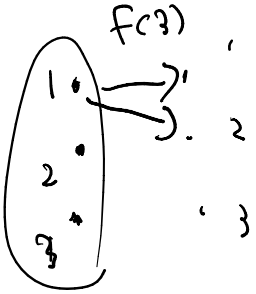
<u>Funksjon</u>: Relasjon der:

(i) For alle $a \in A$, må $f(a)$ være definert

(ii) Alle $a \in A$, relateres til nøyaktig <u>et</u> element $b \in B$.

$f(2)$

$f(3)$



Definisjons område

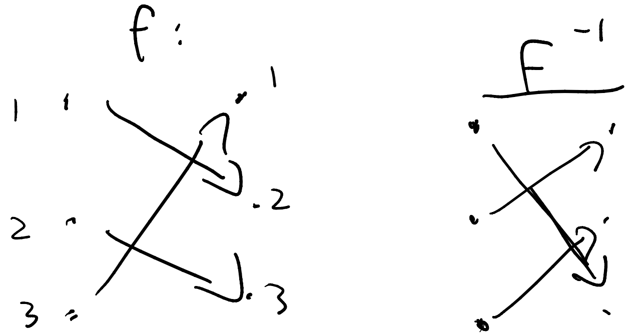
$f(3) = \underline{3}$

Invers funksjon

Vi har funksjon f på en mengde S (dvs $f: S \to S$). Vi vil at f^{-1} også skal være en funksjon.

R er en funksjon, men ikke R^{-1}

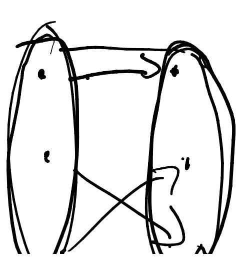
$$f = \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,1\rangle\}$$

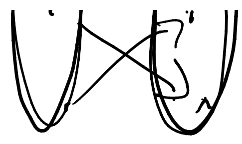


f^{-1} er den inverse funksjon til f.

Når har f en invers funksjon?

f er bijektiv





· Injektiv
· Surjektiv : Bijektiv

Flere definisjoner

Operasjon

La S være en mengde.
La $\star$ være en operasjon på S.
(dvs $\star : S^2 \to S$)

$\underline{a} + \underline{b} = c$
$f(a,b) = \underline{c}$

Kommutativ $S, \star$ er kommutativ
hvis $a \star b = b \star a$, $a, b \in S$
"rekkefølgen spiller ingen rolle"

f.eks $+$, $\mathbb{N}$

$2 + 3 = 3 + 2$ $a + b = b + a$

$2 - 3 \stackrel{?}{=} 3 - 2$ F.eks ikke $-$, $\mathbb{Z}$

-1 1

Assosiativ: $\star, S$ er assosiativ dersom $(a \star b) \star c = a \star (b \star c)$, $a, b, c \in S$

$(2+3)+4 \overset{?}{=} 2+(3+4)$

$(5-4)-3$, $5-(4-3)$

$= 1-3$ $\qquad = 5-1$

$= -2$ $\quad \neq \quad$ $= 4$

Identitetselement $\star, S$ har et identitetselement $\underline{e}$, dersom

$e \star a = \underline{a \star e} = \underline{a}$, $e, a \in S$

f.eks $+, \mathbb{N}$, I.E: 0

$0+3 = 3+0 = 3$

$0+a = a+0 = a$

f. eks $\cdot, \mathbb{R}$, I.E: 1

$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

$\div, \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\cdot,$

$\frac{5}{1} = 5 \quad , \quad \frac{a}{1} = a$

$\frac{1}{5} \neq 5$

<u>Invers</u> $x \in S$ har en invers x^{-1}
dersom $x \star x^{-1} = x^{-1} \star x = \underline{e}$

$+, \mathbb{Z},$ I.E: 0

$5 \in \mathbb{Z}. \qquad 5 + (-5) = 0$

$+, \mathbb{N} \quad , \quad 5 \in \mathbb{N} \quad , \quad 5 + ? = 0$

$-5 \notin \mathbb{N}$

$\underline{\cdot, \mathbb{R}}$, I.E 1

$53 \cdot \frac{1}{53} = 1$

$64 \cdot \frac{1}{64} = 1$

$0 \cdot ? = 1$

<u>Gruppe</u>

En mengde S og en operasjon på S

En mengde S og en operasjon på S

$\star$ er en gruppe dersom:

(i) $\star$ Assosiativ

(ii) Det finnes et identitetselement $e \in S$

(iii) Alle elementer $a \in S$ har en invers (dvs det finnes en $a^{-1} \in S$, slik at $a \star a^{-1} = a^{-1} \star a = e$)

$+, \mathbb{N}$? Nei,

$+, \mathbb{Z}$, Ja.

<u>Idempotent</u>: En funksjon er idempotent dersom $f(x) = f(f(x))$