Kap 21 og 22

søndag 19. april 2020 11:32

Grafteori

Merk: Definisjonene er for det meste gjennomgått muntlig/uformelt. Formelle notater og definisjoner står i boka. Disse notatene er ikke ment å bruke alene, altså uten audioen.

Kapittel 21

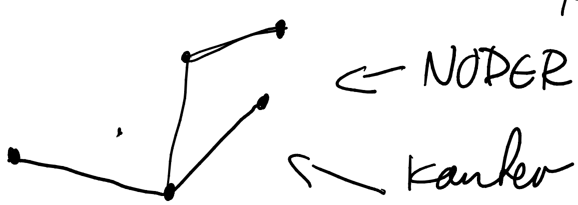
Motivasjon:

- Mye brukt
- Mange ting kan "representeres" med grafteori.
- Mange eksempler

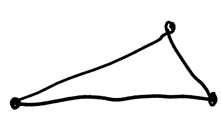
Definisjon:

I noen bøker mangler side 233.

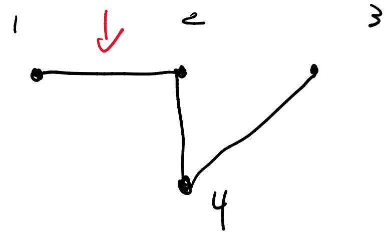
Graf: Endelige mengder: Noder
Kanter



Må ha minst en node, men kan ha 0 kanter



"Datamaskin":



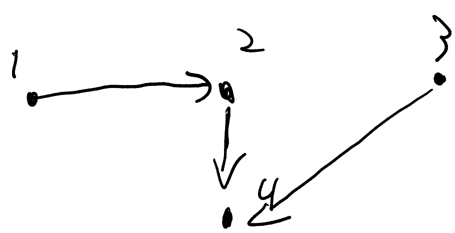
Kanter: $\{\{1,2\},\{2,4\},\{3,4\}\}$

Nodene $\{1,2,3,4\}$

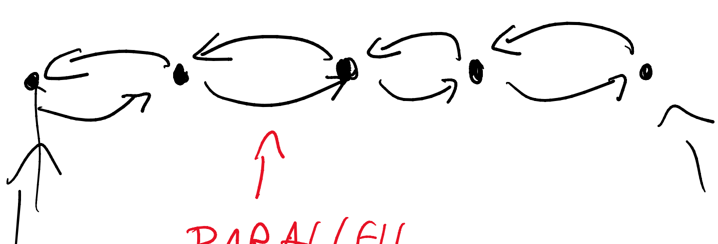
Alternative grafer

Noder $= \{1,2,3,4\}$

Kanter $= \{\langle 1,2\rangle, (2,4), (3,4)\}$

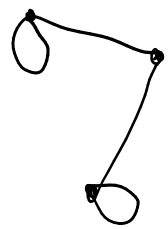


LENKET LISTE



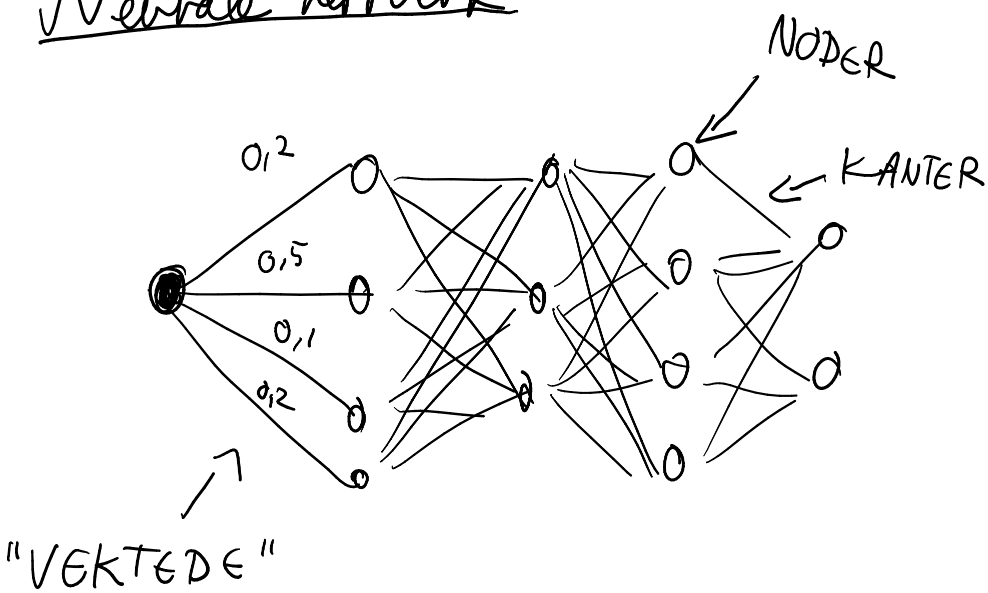
PARALLELL KANT

Løkke:



Enkel graf: En graf uten løkker og parallelle kanter.

Nevrale nettverk

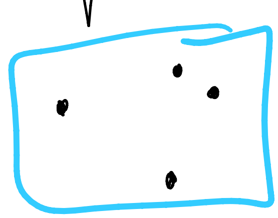


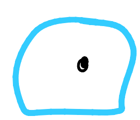
- Kart

Enkle grafer

- **Tom graf:**

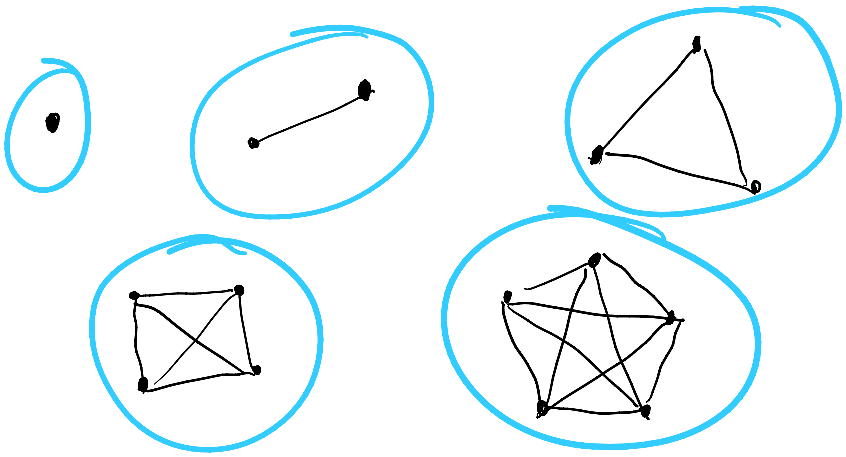
En graf uten kanter





• Komplett graf:

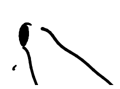
En graf der alle noder har en kant mellom seg. (dvs alle noder er naboer)



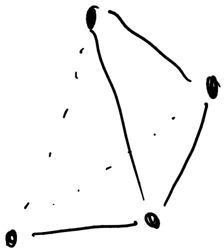
• Komplement:

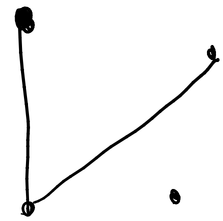
Gitt en graf G, så $\overline{G}$ komplementet til G dersom to noder a og b er naboer i $\overline{G}$ hvis og bare hvis de ikke er naboer i G. (Samme noder).

G:

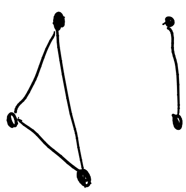


$\overline{G}$:

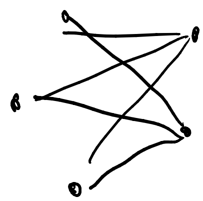




H:

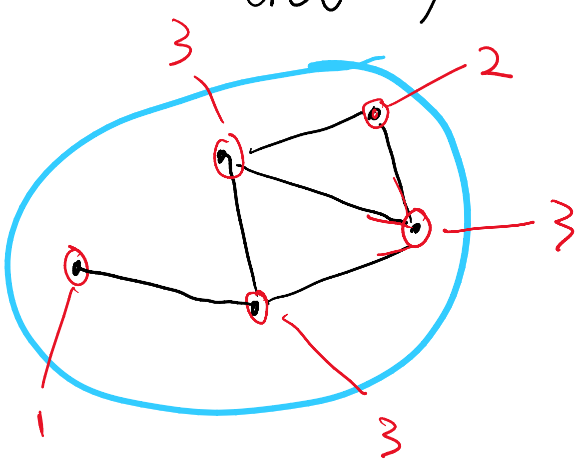


$\overline{H}$:



Grad av noder:

Graden til en node v, er lik antall kanter til v, (eller antall naboer til v).

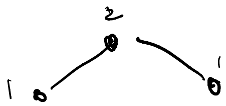


Resultat: "Håndhilseresultatet"

Antall noder av odde grad, er partall

2

er partall

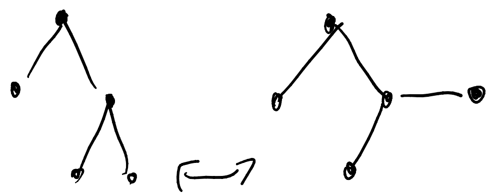


Summen av grader : 2 · kanter

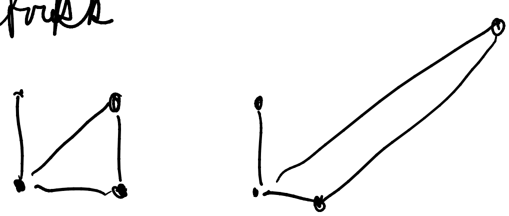
· Isomorfi:

$P \iff \neg\neg P$

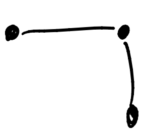
$P \not\equiv \neg\neg P$

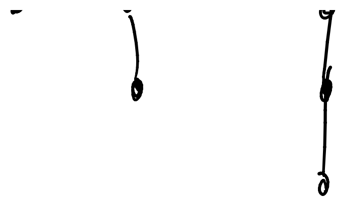


"Strikk"



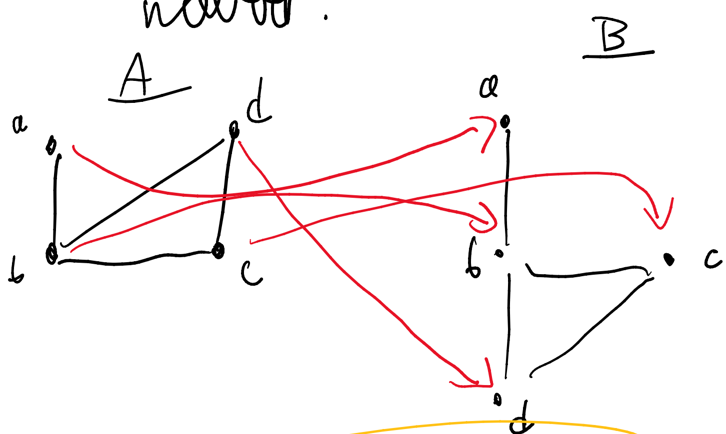
Vi kan "flytte på noder" og "strekke" på kantene, vi kan ikke Bytte posisjon på kantene, eller legge til og fjerne kanter og noder.



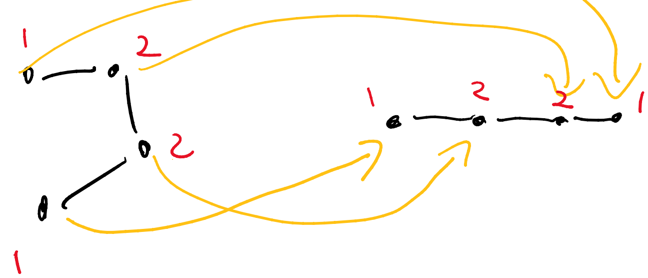



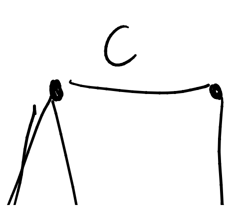
Formel definisjon:

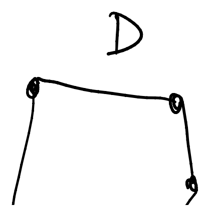
To grafer A og B er isomorfe dersom det finnes en bijeksjon mellom A og B, f, slik at for noder u, v i A er naboer hvis og bare hvis $f(u)$ og $f(v)$ (noder i B) er naboer.



Grad



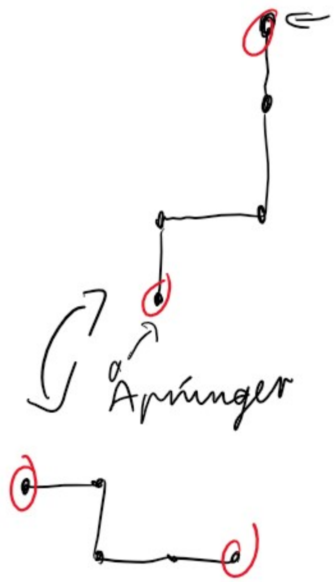




Ikke isomorfe fordi i C er det en node av grad en, men ikke D

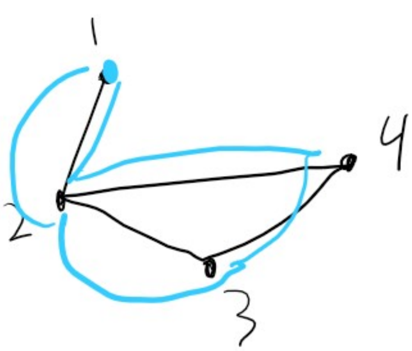
· Ofte ineffektivt å beregne.

Eksempel: Labyrint



Kapittel 22

Vandringer i grafer



1 2 4 3 2 1

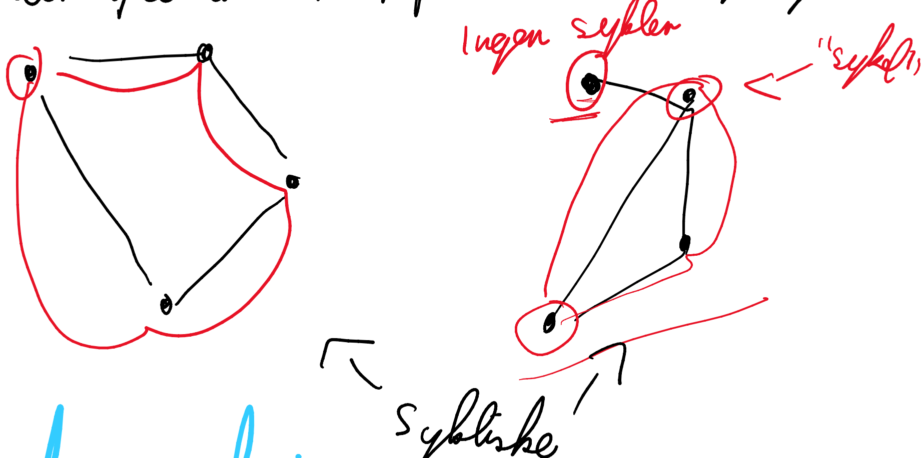
Vandring

"Gå fra noden til node i en graf, via kanter"

Sti: Ingen kantene er gjentatt i vandring

Sykel: "Ender opp der du startet i en sti"

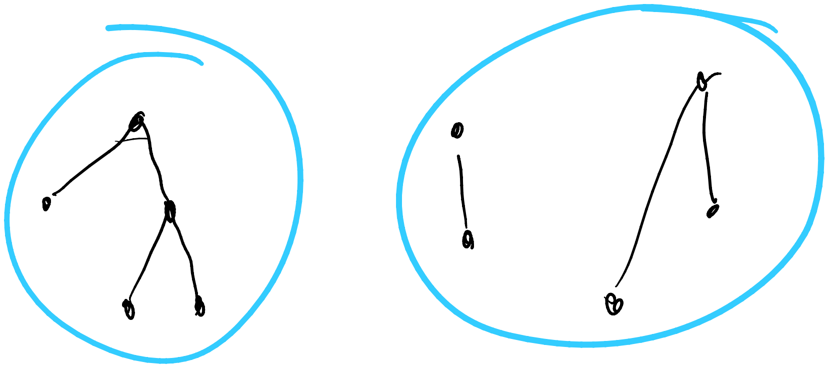
Krets: Vandring der hver kant forekommer en gang, og ender opp samme sted



Syklisk graf:

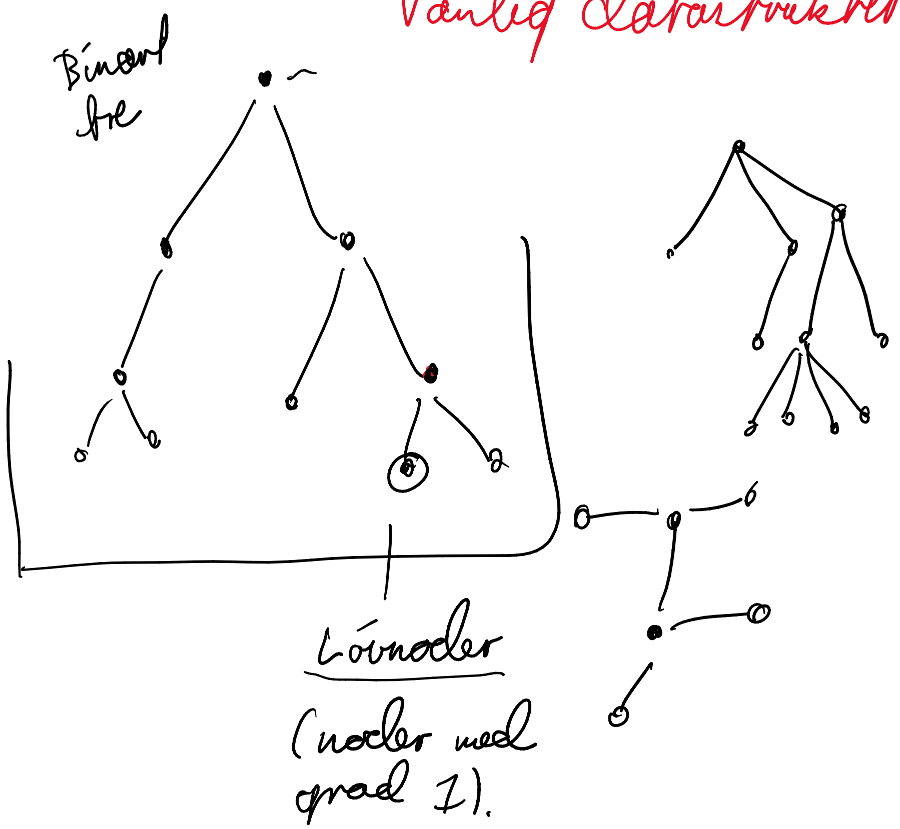
En graf der det finnes sykler.
Hvis ikke, så kalles det en asyklisk graf.

Asyklisk:

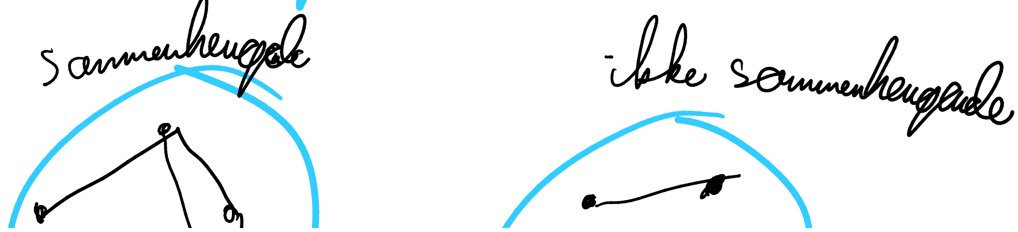


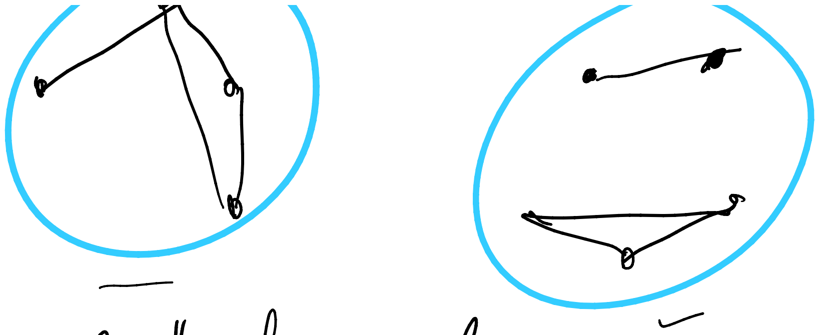
Tre: Et tre er en asyklisk graf. (sammenhengede)

Vanlig datastruktur



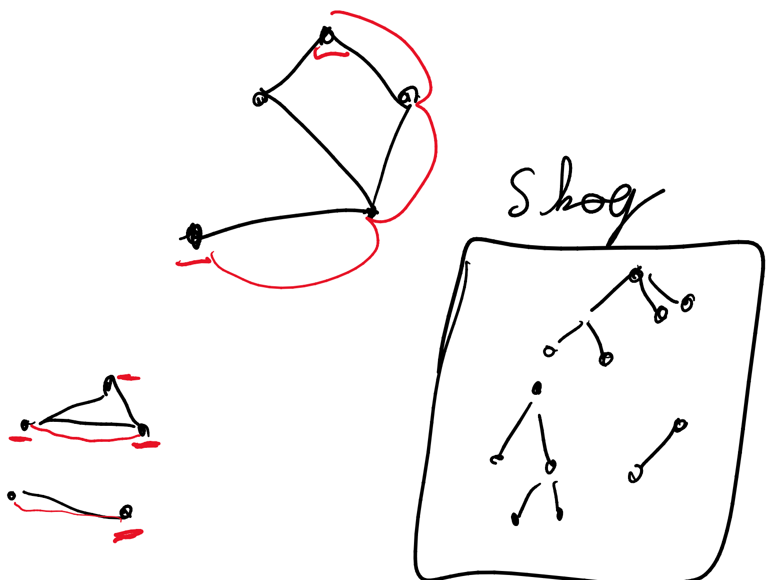
Sammenhengende





"Deler" - komponenter

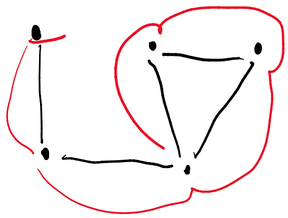
- En graf er sammenhengende dersom det finnes en sti mellom alle par av noder.



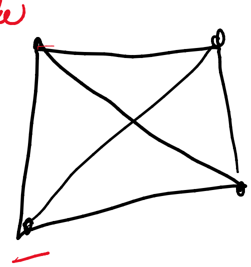
3 komponenter

- Eulervei

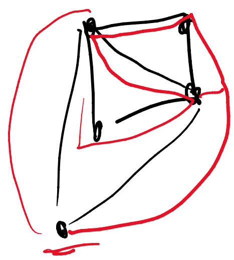
En eulervei er en vandring der alle kanter blir inkludert nøyaktig én gang.



Eulervei men ikke eulerkrets



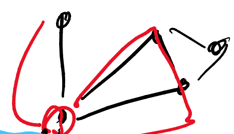
Euler-krets: Eulervei der vi ender opp der vi startet



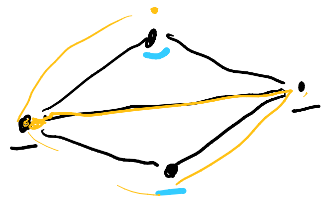
Når finnes det Eulerveier og Eulerkretser?

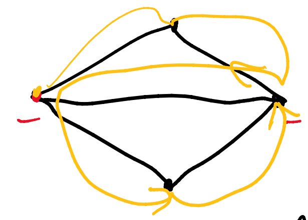
oddegrad

Vi blir "sittende fast" i noder av oddegrad

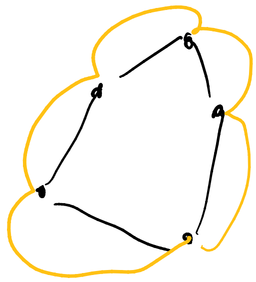


- Det finnes en Eulervei dersom det er maks to noder av oddegrad, og en Eulerkrets dersom alle noder har partall grad.





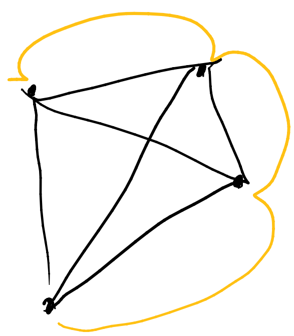
- Vi kan finne Eulerveien ved å starte og slutte i nodene med odde grad.



Hamiltonsti:

En <u>Hamiltonsti</u> er en sti der alle nodene blir representert nøyaktig en gang.

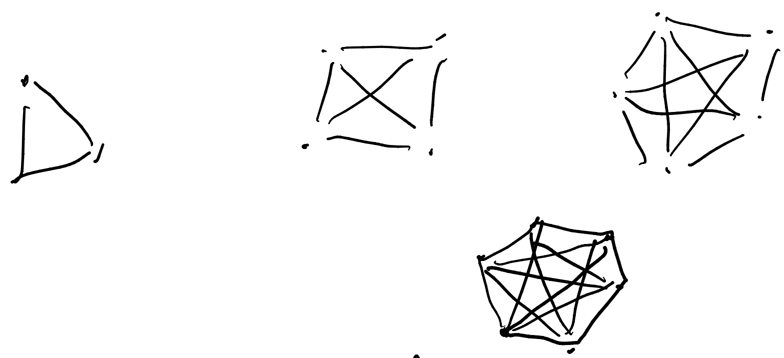
En Hamiltonsykel er en Hamiltonsti som er en sykel.



- Det er vanskeligere å finne ut om det er Hamilton-stier eller sykler enn Eulerveier og kretser.

sykler som Eulerveier og kretser.

Hvor mange kanter har en komplett graf?

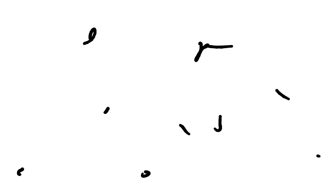


		kanter	
Grad	1 :	0	0
	2 :	1 $^{+2}$	1
	3 :	3 $^{+3}$	1+2
	4 :	6 $^{+4}$	1+2+3
	5 :	10 $^{+5}$	1+2+3+4
	6 :	15	1+2+3+4+5

$$1+2+3+\dots+n-1+n = \frac{n(n-1)}{2}$$

Gyldig svar.

Alternativt:



For hver kant, trenger vi et par noder.
Vi bryr oss ikke om rekkefølgen på nodene.

Med andre ord, hvor mange par med noder, kan vi trekke fra n noder uordnet?

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!\,2!}$$, også gyldig svar.

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cancel{\cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1}}{(\cancel{(n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1}) \cdot (2 \cdot 1)} = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

K_n