Kap 23 og 24

mandag 27. april 2020   12:05

Formelle språk og grammatikker

Ordentlige definisjoner står i boka!
Dette er uformelt med eksempler.

Kapittel 23

· Motivasjon: Behandling av strenger og data, søking, programmeringsspråk

· Formelt språk:

$A = \{a, b\}$

Λ streng
hvis x er en streng, og $a \in A$,
så er xa en streng
Et språk er delmengde av strenger.

Operasjoner

· Union: $S = \{hei, hallo\}$

$B = \{a, b\}$

$S \cup B = \{hei, hallo, a, b\}$

· Konkatinering.

To strenger hei og hallo, så er heihallo konkatineringen.

Java "hei" + "hallo"
konkatinering

cat("hei", "hallo")

For språk $SB = \{heia, heib, halloa, hallob\}$

$SB \neq BS$

$BB = \{aa, ab, ba, bb\}$

$B^2 = BB$

$B^3 = BBB = \{aaa, aab, aba, \ldots\}$

· Tillukning

$B^* = B \cup B^2 \cup B^3 \cup B^4 \cup \ldots \ldots B^6$

Tillukning $B = \{a, b\}$

$B^* = \{a, b, ab, aa, ba, bb, aaaaaa, abaaaba, \ldots\}$

KLEENE STAR.

KLEENE STAR.

Bruk: Java kompilering:

javac $\boxed{*.java}$

abc.java
a123.java

Importering: from math import *

import java.util.*;

Regulære språk

Alfabet $A = \{a, bb\}$

Basismengde: $\{\}$, $\{\Lambda\}$, $\{a\}$, $\{bb\}$ er regulære språk

Hvis M og N er regulære språk, så er
$M \cup N$, MN, M^* regulære språk

$\{a\}^* = \{a, aa, aaa, aaaa, \ldots$

$\{a, bb\}$

$\{aa, abb, bba, bbbb\}$

$\{aa, abb, bba, bbbb\}$

Regulære uttrykk

Syntaks og Semantikk

Syntaks: $A = \{a, bb\}$

$\emptyset$, Λ, a, bb er regulære uttrykk.

Hvis R og S er regulære uttrykk,

Så er (R), RS, $R|S$, R^*

regulære uttrykk.

$a \quad bb, \quad abb, \quad (a)bb^*a$

Tolkning (semantikk).

Vi tolker a som a, bb som bb

Regulære uttrykk R og S:

$(R)^L = R \qquad abb^L = abb$

$SR^L = SR \qquad a|bb = \{a, bb\}$

$S|R^L = S \cup R \qquad a^{*L} = \{\Lambda, a, aa, \ldots$

$S^{*L} = S^* \qquad c^* = \{\Lambda, c, cc, ccc, \ldots$

Eksempler

Eksempler

- $(a|b)c^* = \{a, b, ac, bc, acccc, bccc, \ldots$
- $(a|b|c)^* = \{abaca, \Lambda, a, b, c, abc, ab, ba, \ldots$

Mer Motivasjon

- Lindstrøm

  Lindström

  Lindstr(ö|ø)m
- $colo(\Lambda|u)r = \{color, colour\}$

Variabelnavn:

1abc ×

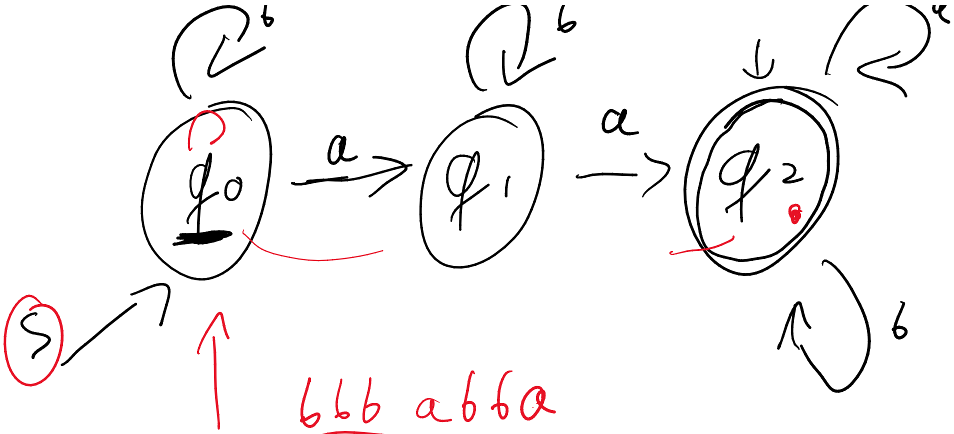
abc_1

$A = \{a, b, 1, 2\}$

$(a|b)(a|b|1|2)^*$

Tilstandsmaskiner

Representere med rettet vektet graf.



bbb abba

bbb abbabaaab

$b^* a b^* a (a|b)^*$

Naturlig deduksjon

Kapittel 24

Motivasjon:

- "Setter sammen" tidligere kapitler
- Syntaks og semantikk

Bevis

Antagelser $\rightsquigarrow$ Konklusjon

- Syntaktiske skq, (med en [illegible])

- Syntaktiske sp[illegible] ([illegible] tydelig tolkning).
- Visualisering: <u>Tre</u>

"Regler"

$\to E$ – eliminering

$$\dfrac{F \qquad F \to G}{G}\ \to E$$

$\land E$

$$\dfrac{F \land G}{F}\ \land E \qquad\qquad \dfrac{F \land G}{G}\ \land E$$

$\land I$

$$\dfrac{F, \quad G}{F \land G}\ \land I$$

Eksempel

$$\dfrac{F \qquad \dfrac{G \land H}{H}\ \land E}{F \land H}\ \land I$$

$$\dfrac{\dfrac{F \land H}{H}\ \land E \qquad H \to G}{\quad}\ \to E \qquad \Bigg| \qquad \dfrac{\dfrac{[F \land H]^1}{H}\ \land E \qquad [H \to G]^2}{\quad}\ \to E$$

$$\frac{F \wedge H}{H}\ \wedge E \qquad H \to G$$

$$\frac{H \qquad H \to G}{G}\ \to E$$

$$\frac{\begin{matrix}[F]^1 \\ \vdots \\ G\end{matrix}}{F \to G}\ \to I_1$$

$$\frac{\dfrac{\dfrac{H \qquad [H \to G]}{G}\ \to E}{(F \wedge H) \to G}\ \to I^1}{(H \to G) \to ((F \wedge H) \to G)}\ \to I^2$$

$$\frac{\dfrac{[P \wedge (Q \wedge S)]^1}{P}\ \wedge E \qquad \dfrac{\dfrac{[P \wedge (Q \wedge S)]^1}{Q \wedge S}\ \wedge E}{S}\ \wedge E}{\dfrac{P \wedge S}{\boxed{P \wedge (Q \wedge S) \to P \wedge S}}\ \to I^1}\ \wedge I$$

Konjektivene $\wedge, \to, \bot$

$\bot$, $\top$ → Tautologi

$\bot$ → motsigelse

$\neg$: $P \boxed{\to \bot}$, $\boxed{\neg} P$

$$(((P \to \bot) \to \bot) \to \bot)$$

$$\neg\neg\neg P$$

$\underline{\vee}$: $\neg(\neg P \wedge \neg Q)$, $P \vee Q$

$\underline{\vee}$:

$\vee I$: $\dfrac{F}{F \vee G}\,\vee I$, $\dfrac{H}{H \vee Q}\,\vee I$

$\vee E$:

$$\dfrac{F \vee G \qquad \begin{matrix}[F] \\ \vdots \\ H\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[G] \\ \vdots \\ H\end{matrix}}{H}\,\vee E$$

Eksempel:

$(P \vee Q) \to (Q \vee P)$

$$\dfrac{\dfrac{[P \vee Q]^2 \qquad \dfrac{[P]}{Q \vee P}\,\vee I \qquad \dfrac{[Q]}{Q \vee P}\,\vee I}{Q \vee P}\,\vee E}{\boxed{(P \vee Q) \to (Q \vee P)}}\,\to I^2$$

- Reductio ad absurdum (Raa)

$$\dfrac{\begin{matrix}[\neg F] \\ \vdots \\ \bot\end{matrix}}{F}\ \text{RAA}$$

"Motsigelsesbevis"

Eksempel:

$$\neg\neg P \to P$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}[\neg P]^1 \\ \underline{P \to \bot}\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[\neg\neg P]^2 \\ \underline{(P \to \bot)} \to \bot\end{matrix}}{\bot}\ \to E}{P}\ \text{RAA}^1}{}\ \to I^2}{(\neg\neg P \to P)}$$

Tips 23.4 er oblig

$\boxed{23.3}$

- Følg med eksemplene i boka
- Ofte må man "anta" det samme flere ganger

$[P \land Q]^1 \qquad [P \land Q]^1$

Q $\qquad$ P

$$\dfrac{\dfrac{\boxed{[P \land Q]}}{Q} \quad \dfrac{\boxed{[P \land Q]}}{P}}{\dfrac{Q \land P}{(P \land Q) \to (Q \land P)}\ {\to}I}\ {\land}I$$

- Både nedenfra og ovenfra

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[P]^2 \quad \overset{(P \to \bot)}{[\neg P]^1}}{\bot}\ {\to}E}{(P \to \bot) \to \bot}\ {\to}I^1}{}$$

$$\dfrac{\neg\neg P}{\boxed{(P \to \neg\neg P)}}\ {\to}I^2$$

Sunnhet og kompletthet

Naturlig deduksjon: syntaks

Naturlig deduksjon er sunn og komplett.

Sunnhet: Man kan bare bevise gyldig formler.

Komplett: Man kan bevise alle gyldige formler

Komplett : ... gyldige formler

Sunnt, men ikke komplett?

"Du kan ikke vise noe "galt", men du kan vise alt."

Komplett, men ikke sunn?

"Man kan vise alt, men også ting som er gale"