Kap 17 og 18

søndag 29. mars 2020 11:57

Kapittel 17 og 18

Ekvivalensklasser og Partisjoner

Merk: Notatene er del av live gruppetime, de er nok ikke så interessante i seg selv.

Ekvivalensrelasjon

Er en relasjon R på en mengde M

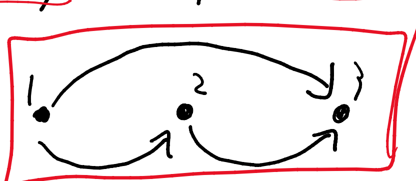
- Refleksiv, dvs for alle $m \in M$, så $\langle m, m \rangle \in R$.

$R = \{\langle 1, 1 \rangle\}$ $M = \{1, 2\}$

- Symmetrisk, dvs hvis $\langle a, b \rangle \in R$, så relaterer $\langle b, a \rangle \in R$.

$R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle\}$

- Transitiv, dvs hvis $\langle a, b \rangle \in R$, $\langle b, c \rangle \in R$, så $\langle a, c \rangle \in R$



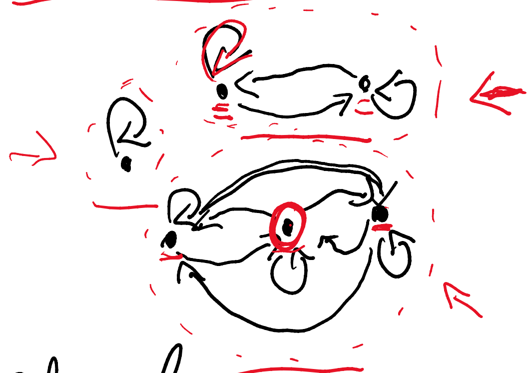
IKKE SKRIV PÅ EKSAMEN

$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$ ⇐

$R = \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 1,3\rangle\}$ $\leftarrow$

$A \Rightarrow B$ $\qquad R = \{\ \}$

0 1 0

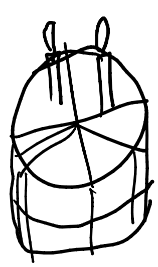


Eksempler

- Like gammel relasjon

-

Partisjoner



En partisjon P av en mengde S, er en mengde av IKKE TOMME delmengder av S

$S = \{a,b,c\}$

$P = \{\{a\}, \{b,c\}\}$

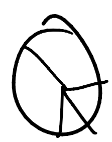
en mengde av delmengder av S $P = \{\{a\}, \{b, c\}\}$
slik at

- Unionen av delmengdene = S
- Delmengdene er disjunkte

$d_1 \cap d_2 = \emptyset$

$\{a\} \cap \{b, c\} = \{\}$

$\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$



$S = \{1, 2, a, \pi\}$

$P = \{\{1, 2\}, \{a\}, \{\pi\}\}$

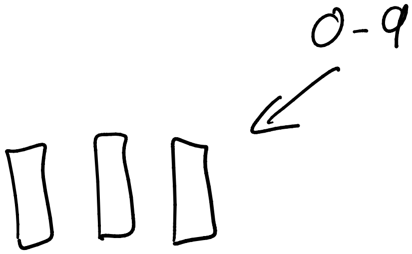
香道

Kombinatorikk

2 par sko
2 par sokker

$2 \cdot 2 = 4$

$3 \cdot 2 = 6$



$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

_ _ _ _ _ _

$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10$ "Gangeprinsippet"

$\underline{26^5 \cdot 10}$

· Rekkefølge

1, 2, 3, 4, 5

2, 1, 4, 5 3

3, 2, 1, 4, 5

$$\boxed{\begin{array}{ccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5 \\ \underset{1}{\underline{2}} & \underset{2}{\underline{3}} & \underset{3}{\underline{1}} & \underset{4}{\underline{4}} & \underset{5}{\underline{5}} \\ \end{array} \quad 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120}$$

$\boxed{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120}$

Kortstokk

52 kort

$52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = \underline{52!}$

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

<u>Permutasjon</u>

1, 2, 3, 4, 5

$\underset{1}{\underline{2}} \quad \underset{2}{\underline{1}} \quad \underset{3}{\underline{5}}$

$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Kortstokk

52 kort, trekker 5

$\underline{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48} \cdot \ldots$

$$\frac{52!}{47!} = \frac{52!}{(52-5)!} = 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48$$

1, 2, 3, 4, 5

$52 - 5 = 47$

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2 \cdot 1}}{\cancel{2 \cdot 1}} = 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$\frac{\;}{2!}$ $\frac{\;}{\cancel{2\cdot 1}}$

<u>n</u> antall elementer (kort)

trekk <u>k</u> elementer

$\frac{n!}{(n-k)!}$: Permutasjoner

<u>Kombinasjon</u>

Trekke 5 fra 52

$$\frac{52!}{(52-5)!\,5!}$$

1, 2, 3, 4, 5

$\boxed{2 \quad 3 \quad 4}$: $3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$

$5 \cdot 4 \cdot 3$

$$\frac{5!}{2!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2}$$

$$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}}$$

: Binominal-koeffisienten

$$\boxed{\frac{52!}{(52-5)!\,5!}}$$

· Gangeprinsippet

· Rekkefølge

$$\boxed{\frac{\;}{(52-5)!\,5!}}$$

- Rekkefølge
- Permutasjon
- Kombinasjon

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \underline{\binom{n}{k}} \cdot k!$$

<u>17.16</u>

La ~ være en ekvivalensrelasjon på utsagnslogiske formler, der

$P \sim Q$ $\quad \left(\begin{array}{c} \langle P, Q \rangle \in \sim \\ \langle 2, 1+1 \rangle \in = \\ 2 = 1+1 \end{array} \right)$

hvis P og Q har likt antall paranteser. La oss se på ~

$P \sim Q$ $\qquad [P] = \{Q, V, T, \bot, \ldots$

$Q \sim V$ $\qquad [Q] = [P]$

$V \sim T$

$T \sim \bot$

$P \sim \bot$

$\top \sim \bot$
$P \sim \bot$
$\bot \sim P$

$[P \wedge Q] = \{(P \vee Q),$
$(V \to \bot), \ldots$

$(P \wedge Q) \sim (P \vee Q)$
$(P \vee Q) \sim (V \to \bot)$

Partisjon $\{1, a, 5, 6\}$

$P_1 = \{\{1, a, 5, 6\}\}$

$P_2 = \{\{1, a\}, \{5, 6\}\}$

$\boxed{P_3 = \{ \quad \{6\}, \{a, 5\} \}}$

Passord:
- 5 bokstaver
- Må ha en stor bokstav

Bare små bokstaver:
26^5

$\_ \; \_ \; \_ \; \_ \; \_$

$52 \cdot 52 \cdot 52 \cdot 52 \cdot 52$

$\boxed{52^5 - 26^5}$

• ABCD

DCAB , 4!

• ABBC $\qquad \dfrac{4!}{2}$

ABBC

CABB

• MAMMA $\qquad \dfrac{5!}{2!\cdot 3!} = \dfrac{5\cdot 4\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 1\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}} = 10$

$S \sim T$

$|S| = |T|$

$\sim$: Ekvivalensrelasjon

- Refleksiv
- Symmetrisk , Anta $S \sim T$.
- Transitiv , Skal vise at $T \sim S$

Anta at $A \sim B$, $B \sim C$.

Vis at $A \sim C$

"Hvor mange måter kan vi trekke 3 kort fra 7 kort?"

MED TILBAKELEGGING | UTEN TILBAKELEGGING / PERMUTASJON

PERMUTASJON

	MED TILBAKELEGGING	UTEN TILBAKELEGGING
MED REKKEFØLGE	n^k	${}^nP_k = \frac{n!}{(n-k)!}$
UTEN REKKEFØLGE	?	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$

KOMBINASJON

$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}$

$10 \cdot 10 \cdot 10$

10^3