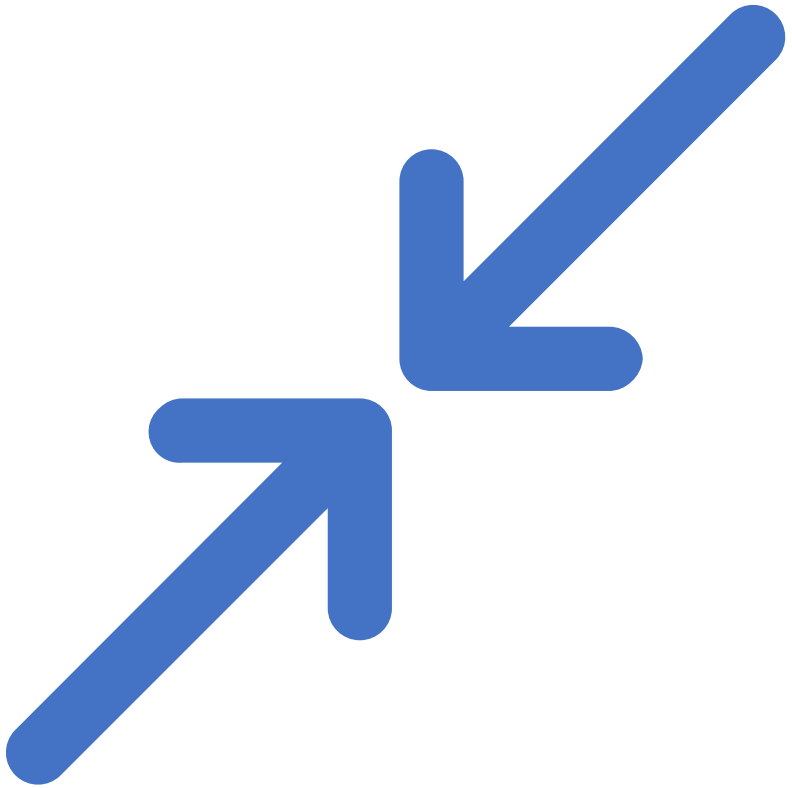


Rami Alkawadri

IN1150 – gruppe 10
Uke 13

Plan for dagen

- 1. time:

  Kjapp repetisjon av kapittel 21 og 22

  Eksamensoppgaver

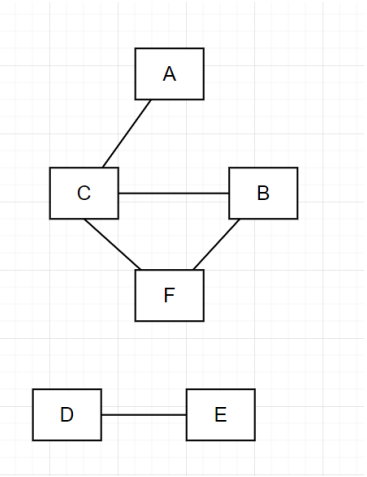
- Pause 😴

- 2. time: Selvstendig jobbing

Kapittel 21

- Grafer er en veldig nyttig tema som kan hjelpe dere med å løse mange forskjellige problemer. Dere skal lære teorien i IN1150, men dere lærer den praktisk i IN2010.
- Grafer brukes til å representere mange forskjellige ting fordi det er lettere å jobbe med grafer. F.eks.
  - Et nettverk
  - Et kart
- Eksempler på problemer som kan løses med grafer:
  - Dersom du har n datamaskiner og koblinger, finnes det en sti fra mellom to gitte noder?
  - Finne korteste stien mellom to noder

- Hva består en graf er?
  - En ikke-tom mengde V (vertices) av **noder**
  - En mengde med E (edges) med **kanter**
- Hver kant er en mengde med to forskjellige noder $\{u, v\}$. Vi sier at u og v er **naboer** dersom det finnes en kant som forbinder dem
- Er node A koblet til node F i denne grafen?



Kapittel 21 (forts)

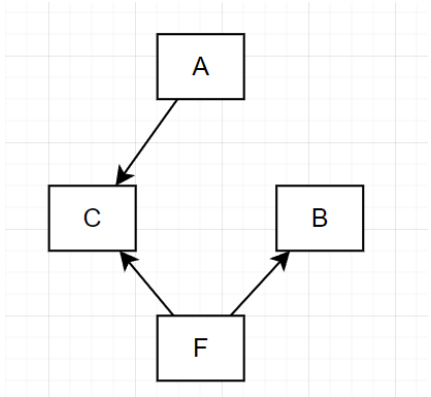
- Definisjoner og begreper om grafer:
  - **Løkke**: En kant som går fra en node til seg selv

    
  - **Parallelle kanter**: To eller flere kanter som forbinder de samme nodene

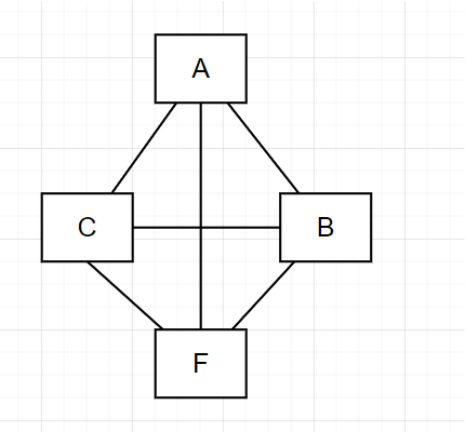
    
  - **Rettet graf**: Graf hvor kantene er ordnede par $\langle A, B \rangle$, dvs at du kan gå kun fra A til B men ikke fra B til A

- Kan du gå fra A til B her?

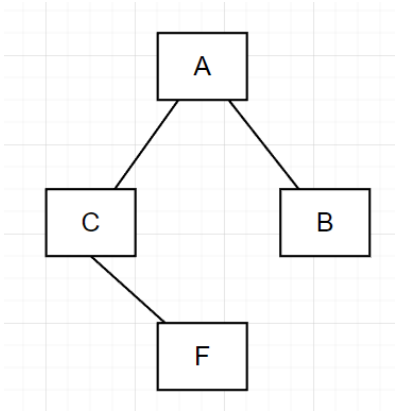


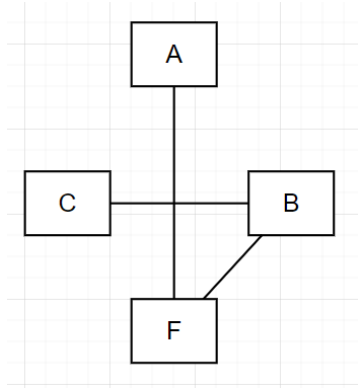
- En graf er **enkel** hvis den har ingen løkker og ingen parallelle kanter
- En graf er kalt **multigraf** dersom flere kanter kan ligge inntil de samme nodene, altså den kan ha parallelle kanter
- En graf er **tom** eller **nullgraf** dersom den har ingen kanter, altså den består med kun noder
- En graf er **komplett** dersom det finnes en kant mellom hvert par av noder
- Denne grafen er komplett:



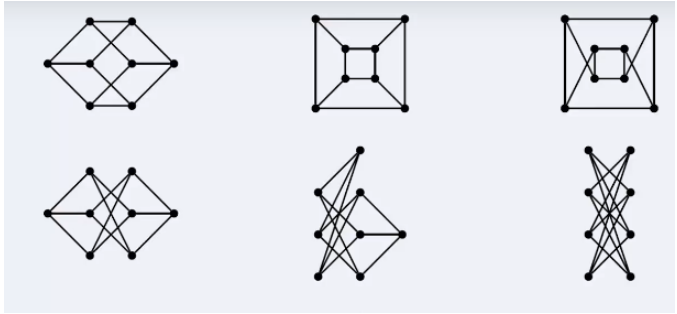
Kapittel 21 (forts)

- **Komplementet** til en graf G er en graf $\bar{G}$ der
  - $\bar{G}$ består av alle nodene som er i G
  - Hvis to noder u og v er ikke naboer i G, så er de naboer i $\bar{G}$, dvs at hvis det ikke finnes en kant mellom u og v i G så finnes det en kant mellom dem i $\bar{G}$





- **Graden** til en node u er antall kanter som ligger inntil u, dette betegnes med $\deg(u)$.
- En node med grad null kalles **isolert**
- Hvis du har to grafer G_1 og G_2 og du kan flytte på nodene i G_1 slik at den ser ut akkurat som G_2 til slutt sier vi at G_1og G_2 er **isomorfe**
- Litt mer formelt: En **isomorfi** mellom to grafer er en bijeksjon f mellom nodene til grafene som er slik at nodene u og v er naboer hvis $f(u)$ og $f(v)$ er naboer



Kapittel 22

- En **vandring/tur** av lengde n er en sekvens av noder og kanter på formen

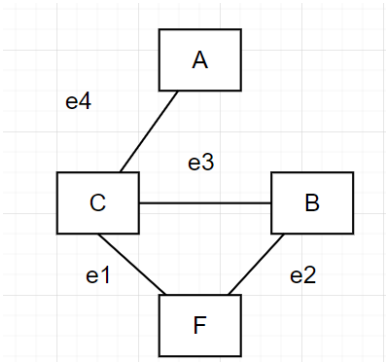
$$v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 \dots e_n v_n$$

hvor e_i forbinder v_{i-1} og v_i

- Hvis ingen node forekommer mer én gang kalles den en **sti**
- En vandringen her som går gjennom alle noder i denne grafen er

$$Ce_1Fe_2B$$

- Denne vandringen er av lengde 3 og er en sti fordi ingen noder forekommer to ganger



- Hvis grafen er enkel, dvs at den ikke har løkker eller parallelle kanter så trenger vi ikke å skrive kantene i vandringen, altså forrige vandringen kan skrives som:

$$CFB$$

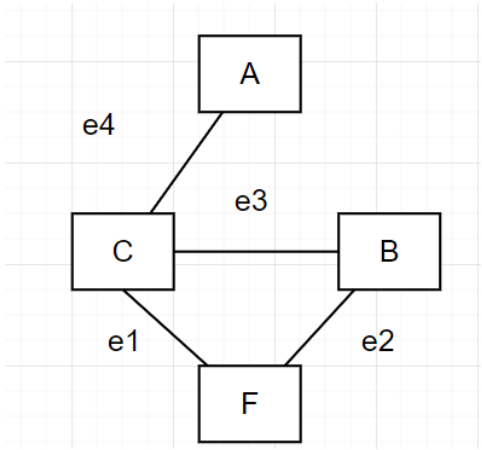
- En vandring/tur som begynner og slutter på samme node kalles **lukket**

$$CFBC$$

- Hvis ingen kant forekommer mer enn én gang i en lukket vandring kalles vandringen en **krets**
- $CFBC$ er en krets fordi den er lukket og ingen kanter forekommer mer enn én gang

Kapittel 22 (forts)

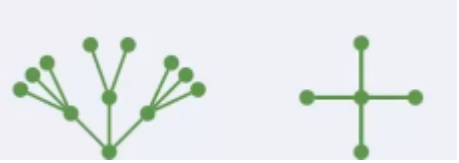
- En sti med minste tre noder og kantene som binder nodene samt kanten som forbinder siste node i vandringen og første node kalles en **sykkel** eller en **lukket sti**
- CFB og kantene e_1, e_2 og e_3 kalles en sykkel
- En graf uten sykler kalles **asyklisk**



- En graf er **sammenhengende** dersom det finnes en sti mellom alle par av noder i grafen, dvs a det er mulig å begynne hvor som helst i grafen og gå til en hvilken som helst node



- En graf er kalt et **tre** dersom den er sammenhengende og asyklisk.



- En node med grad én i et tre kalles **løvnode**

Kapittel 22 (forts)

- Anta at G er en sammenhengende graf
  - En **eulervei** er en vandring som inneholder hver kant nøyaktig én gang
  - En **eulerkrets** er en eulervei hvor første og siste node i vandringen er den samme
- En graf inneholder en **eulerkrets** dersom graden til enhver node i grafen er et partall
- En graf inneholder en **eulervei** dersom det finnes nøyaktig to noder i grafen med odde grad, da begynner eulervei i den ene noden og slutter i den andre

- Anta at G er en sammenhengende graf
  - En **hamiltonsti** er en sti som inneholder hver node nøyaktig én gang
  - En **hamiltonsykel** er en sykel som inneholder hver node nøyaktig én gang

Eksamen høst 2020 – oppgave 3

I hver av deloppgavene skal du tegne en sammenhengende, enkel, urettet graf med fem noder.

(a) [2 poeng] Tegn en graf som er et tre og hvor minst én node har grad 3.

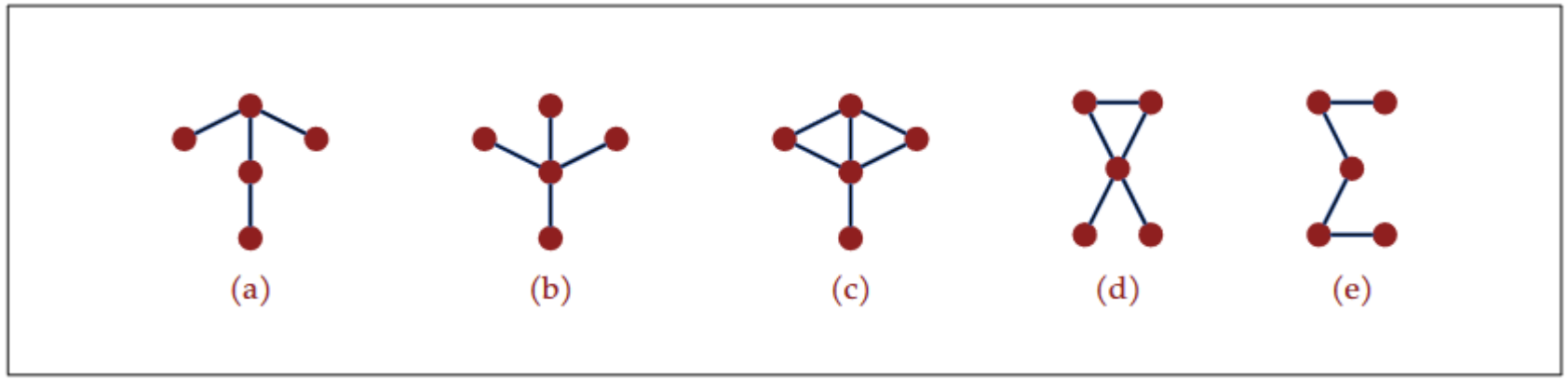
(b) [2 poeng] Tegn en graf som ikke har en eulervei og hvor ingen node har grad 3.

(c) [2 poeng] Tegn en graf som har minst én node av hver av gradene 1, 2, 3 og 4.

(d) [2 poeng] Tegn en graf som ikke har en hamiltonsti og som heller ikke er et tre.

(e) [2 poeng] Tegn en graf som har en hamiltonsti og en eulervei og som også er et tre.

Eksamen høst 2020 – oppgave 3 LF



Eksamen høsten 2019 – oppgave 17

I hver av oppgavene under skal løsningen være en enkel, urettet graf med fem noder.

(a) [2 poeng] Tegn en komplett graf.

(b) [2 poeng] Tegn en sammenhengende graf som ikke er komplett.

(c) [2 poeng] Tegn en graf som er et tre.

(d) [2 poeng] Tegn en sammenhengende graf som ikke er et tre.

(e) [2 poeng] Tegn en graf som har en hamiltonsti og en eulervei, men ingen eulerkrets.

Eksamen høsten 2019 – oppgave 17 LF

