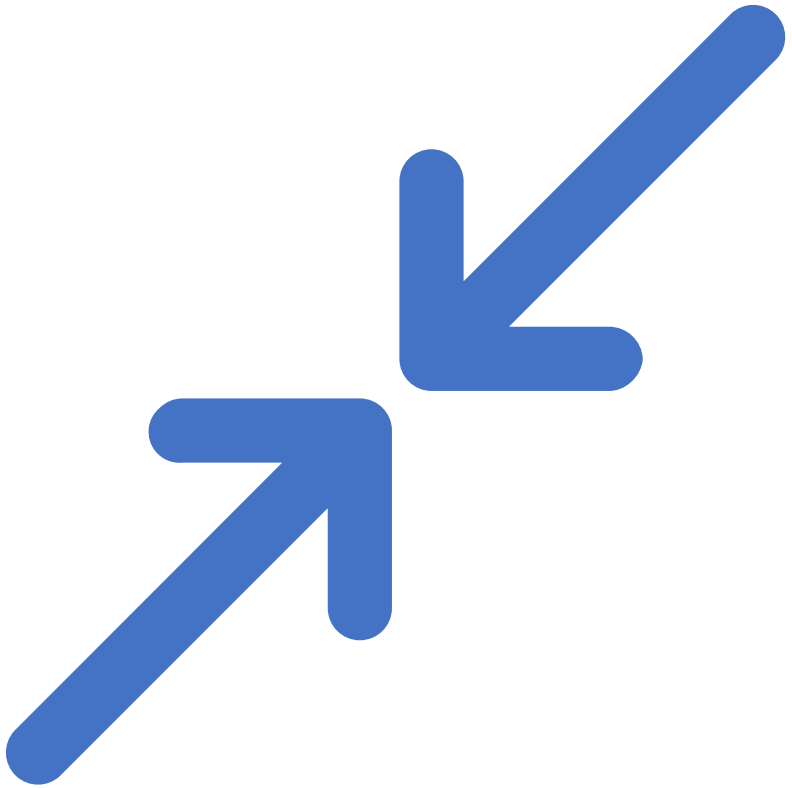


Rami Alkawadri

IN1150 – gruppe 10
Uke 14

Plan for dagen

- 1. time: Repetisjon av kapittel 23 og 24 og eksamensoppgaver
- Pause 😴
- 2. time: Selvstendig jobbing

Kapittel 23

- Litt repetisjon fra kapittel 9:

  Mengden av **strenger** over en mengde med tegn A (alfabet) er den minste mengden slik A^* at
  - Den tomme strengen er med
  - Hvis $s \in A^*$ og $x \in A$, er $sx \in A^*$
- Et **språk** over A er en delmengde av A^*
- Vi skal i dette kapitelet se på praktiske og mye brukte måter å beskrive språk på
- Men først må vi se på noen operasjoner på språk
- Anta at L og M er to språk slik at $L = \{a, aa\}$ og $M = \{b, c\}$ da er
  - **Unionen** av de to språkene er mengden $L \cup M = \{a, aa, b, c\}$, altså vanlig union operasjon på mengder
  - **Konkateneringen** av de to språkene er mengden $LM = \{ab, ac, aab, aac\}$, altså $LM = \{st | s \in L \; og \; t \in M\}$
  - Konkateneringen av et språk med seg selv skrives sånn L^n og defineres rekursivt: $L^0 = \{\Lambda\}$ og $L^{n+1} = LL^n$. For eksempel er $M^2 = \{b, c\}\{b, c\}\{\Lambda\} = \{b, c\}\{b, c\} = \{bb, bc, cb, cc\}$
- **Kleene-tillukningen** eller **tillukningen** over et språk L er språket $L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \cdots$
- Et **regulært språk** over et alfabet A er induktivt definert sånn
  - $\emptyset$ og $\{\Lambda\}$ er **regulære språk** over A
  - $\{a\}$ er **et regulært språk** over A for alle $a \in A$
  - Hvis L og M er regulære språk så er $L \cup M$, LM og L^* også regulære språk

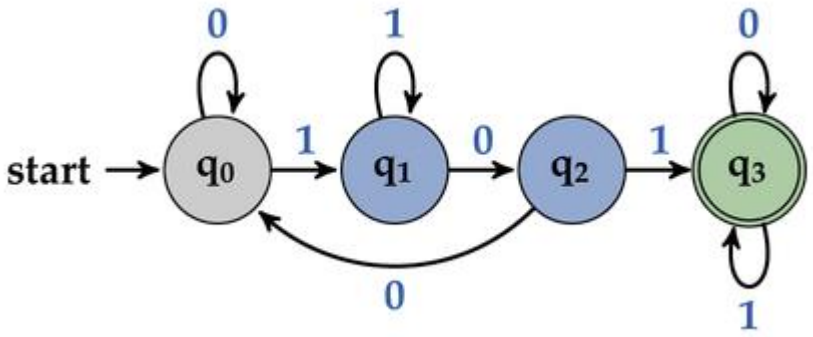
Kapittel 23 (forts.)

- **Regulære uttrykk** over et alfabet A er også induktivt definert:
  - $\emptyset$ og Λ er **regulære uttrykk**
  - a er **et regulært uttrykk** for alle $a \in A$
  - Hvis R og S er regulære uttrykk, er (R), $R|S$, RS og R^* også regulære språk
- Sånn har vi definert syntaksen av regulære uttrykk
- Forholdet mellom regulære uttrykk og regulære språk at regulære uttrykk kan tolkes som regulære språk
- Regulære uttrykk brukes mye i praksis for å søke gjennom tekster men notasjonene kan være litt forskjellige
- https://regex101.com/r/n3mIor/1

- Tolkningen av regulære uttrykk skjer gjennom den rekursives funksjonen L fra regulære uttrykk til regulære språk som er definert sånn
  - $L(\emptyset) = \emptyset$
  - $L(\Lambda) = \{\Lambda\}$
  - $L(a) = \{a\}$ for alle $a \in A$
  - $L(R|S) = L(R) \cup L(S)$
  - $L(RS) = L(R)L(S)$
  - $L(R^*) = L(R)^*$

Kapittel 23 (forts.)

- Vi skal se nå på **endelig tilstandsmaskiner** som brukes for å avgjøre om en streng er med i et regulært språk eller ikke
- En **deterministisk, endelig tilstandsmaskin** består av følgende:
  - En mengde med **tilstander** (q_0, q_1, q_2 og q_3)
  - En **starttilstand** som er en av tilstandene (q_0 her)
  - En mengde **aksepterende tilstander** som er en delmengde av tilstandene ($\{q_3\}$ her)
  - En endelig mengde med **inputsymoler**, også kalt **alfabet** ($\{0,1\}$ her)
  - En **overgangsfunskjon** som tar to argumenter: en tilstand og et inputsymbol og returnerer en tilstand



- Vi kan finne et regulært uttrykk for tilstandsmaskinen
- (Utfordrende her) $(0^*11^*00)^*0^*11^*01(0|1)^*$
- Her vil 11010 og 00111011 **aksepteres** her men ikke 01100110

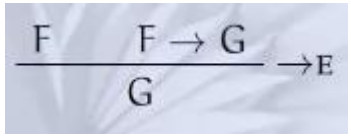
Kapittel 23 (forts.)

- **Formell grammatikk** er et sett med regler som beskriver et språk ved å si hvordan strenger kan skrives om til andre strenger. Den består av følgende:
  - En endelig mengde **terminalsymboler**
  - En endelig mengde **ikke-terminalsymboler**
  - Et **startsymbol**, ett av ikke-terminalsymbolene
  - En endelig mengde med **produksjonsregler** på formen $X \to Y$ der X og Y strenger av terminal- og ikke-terminalsymboler
- En **utledning** av x_n er en sekvens på formen $x_1 \Rightarrow x_2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow x_n$
- **Språket** som defineres av grammatikken er mengden av strenger som kan utledes av startsymbolet S og som kun inneholder terminalsymboler.

- En grammatikk er kalt **regulært grammatikk** hvis enhver produksjonsregel er på formen $A \to X$ hvor A er et ikke-terminalsymbol og X består av maksimalt ett ikke-terminalsymbol som forekommer lengst til høyre.
- En grammatikk er kalt **kontekstfri grammatikk** hvis enhver produksjonsregel er på formen $A \to X$ hvor A er et ikke-terminalsymbol og X er en streng av terminal- og ikke-terminalsymboler

Kapittel 24

- En **logisk kalkyle** består generelt av slutningsregler og måter å tenke på
- **Naturlig deduksjon** er en logisk kalkyle som gir en syntaktisk karakterisering av egenskapene som gyldighet, oppfyllbarhet, kontradiksjon og falsifiserbarhet
- Den består av en rekke slutningsregler som er til for å trekke konklusjoner fra antakelser
- En **slutningsregel** eller **regel** i naturlig deduksjon har følgende form



- Formlene over streken kalles **premisser** og formelen under kalles **konklusjon**

- Reglene for **∧-formler**



- Reglene for **→-formler**



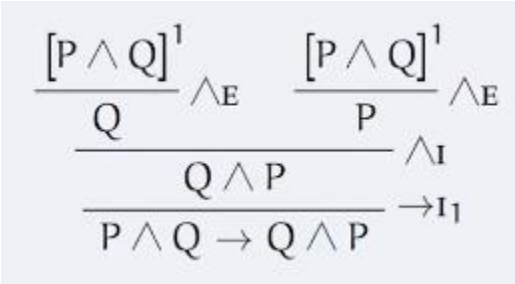
- Reglene for **⊥ og reductio ad absurdum** ($\neg F$ er en forkortelse av $F \rightarrow \bot$)



- RAA og motsigelsesbevis

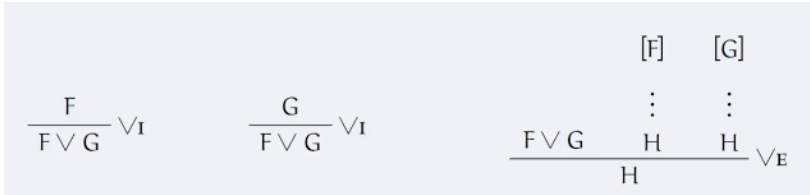
Kapittel 24 (forts.)

- $\rightarrow I$ og RAA blir antakelsen **lukket**, dette indikerer vi ved å sette klammer rundt antakelsen og tall ved siden av klammene og navnene på reglene.
- Vis en antagelse ikke er lukket kalles den **åpen**



- **Utledninger** som vi kan vå av naturlig deduksjon kan defineres induktivt:
  - Basis mengde består av mengden av alle utsangslogiske formler
  - Vi har ett induksjonssteg for hver regel. Hver regel forteller oss hvordan en ny utledning kan konstrueres fra én eller to mindre utledninger

- Et **bevis** for en formel F er en utledning hvor F er konklusjonen og alle antakelsene er lukkede. En formel er **bevisbar** hvis det finnes et bevis for den.
- Reglene for disjunksjon



- **Sunnhet** er hvis en formel er bevisbar, så er den gyldig
- **Kompletthet** er hvis en formel er gyldig, så er den bevisbar
- En kalkyle er **sunn** hvis enhver bevisbar formel i kalkylen er gyldig
- En kalkyle er **komplett** hvis enhver gyldig formel er bevisbar i kalkylen
- Naturlig deduksjon er både sunn og komplett

Kapittel 24 (forts.)

- Anta at M er en mengde med formler
- Vi sier at en formel F er utledbar og kan utledes fra M hvis det finnes en utledning av F hvor alle åpne antakelsene er formler i M.
- En mengde formler er **konsistent** hvis det ikke er mulig å utlede både en formel og dens negasjon fra den

Eksamen vår 2021 – oppgave 7

7 Formelle språk og regulære uttrykk [10 poeng]

La alfabetet $A = \{0, 1\}$ være gitt. I denne oppgaven er alle språkene over A, og alle de regulære uttrykkene er strenger over A og symbolene $\emptyset$, Λ, `(`, `)`, `|` og `*`. Det vil si at ingen andre symboler er tillatt i de regulære uttrykkene.

(a) [2 poeng] Finn et regulært uttrykk som representerer strengene som begynner med `00` og slutter med `11`.

(b) [2 poeng] Finn et regulært uttrykk som representerer strenger som har minst to tegn.

(c) [2 poeng] Finn en naturlig og kort beskrivelse av strengene som representeres av det regulære uttrykket `(Λ|1)(01)*(Λ|0)`.

(d) [2 poeng] Finn et regulært uttrykk som representerer strengene hvor ingen `0` forekommer "alene", det vil si hvor enhver forekomst av `0` har minst én `0` til venstre eller én `0` til høyre for seg; det finnes altså ingen del av noen streng som er på formen `101`.

(e) [2 poeng] Det regulære uttrykket `(Λ|1)0*(100*)*(Λ|00*)` representerer et språk. Er dette språket likt mengden av strenger som ikke inneholder noen forekomster av `11`? Hvis ja, forklar; hvis nei, gi et motek-sempel.

Eksamen vår 2022 – oppgave 8

8 Naturlig deduksjon [10 poeng]

(a) [8 poeng] Finn en utledning i naturlig deduksjon som har $(A \wedge C) \to (B \vee D)$ som konklusjon og som har $(A \to B) \vee (C \to D)$ som eneste åpne antakelse.

Hint: Se etter en utledning på formen

$$\dfrac{(A \to B) \vee (C \to D) \qquad \begin{array}{cc} \vdots & \vdots \\ \hline \cdots & \hline \cdots \end{array}}{\dfrac{\cdots}{(A \wedge C) \to (B \vee D)}} \vee_E$$

(b) [2 poeng] Er dette et bevis for $(A \wedge C) \to (B \vee D)$? Forklar.

Eksamen vår 2022 – oppgave 8 - LF

(a) [8 poeng] Finn en utledning i naturlig deduksjon som har $(A \wedge C) \to (B \vee D)$ som konklusjon og som har $(A \to B) \vee (C \to D)$ som eneste åpne antakelse.

Hint: Se etter en utledning på formen

$$\dfrac{\dfrac{(A \to B) \vee (C \to D) \qquad \begin{array}{c}\vdots\\ \cdots\end{array} \qquad \begin{array}{c}\vdots\\ \cdots\end{array}}{\cdots}\,\vee E}{(A \wedge C) \to (B \vee D)}$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{(A \to B) \vee (C \to D) \qquad \dfrac{\dfrac{[A \wedge C]^1}{A}\,\wedge E \qquad [A \to B]^2}{B}\,\to E}{B \vee D}\,\vee I \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{[A \wedge C]^1}{C}\,\wedge E \qquad [C \to D]^2}{D}\,\to E}{B \vee D}\,\vee I}{B \vee D}\,\vee E_2}{(A \wedge C) \to (B \vee D)}\,\to I_1$$

(b) [2 poeng] Er dette et bevis for $(A \wedge C) \to (B \vee D)$? Forklar.

Nei, dette er en kun en utledning som viser at $(A \wedge C) \to (B \vee D)$ er en logisk konsekvens av $(A \to B) \vee (C \to D)$. For at det skulle være et bevis måtte alle antakelsene ha vært lukkede; her er det en åpen antakelse.