Eksamen våren 2022

La en **DNA-streng** være en streng over alfabetet {A, T, G, C}. La D være mengden av alle DNA-strenger, det vil si {A, T, G, C}*.

6 Kombinatorikk [10 poeng]

La en **DNA-streng** være definert som i forrige oppgave, det vil si som en streng over alfabetet {A, T, G, C}. La også D og D_n være definert som i forrige oppgave, hvor D er mengden av alle DNA-strenger, og for hvert naturlige tall n, er D_n mengden av alle DNA-strenger av lengde n.

Hvis to DNA-strenger er forskjellige på n posisjoner, sier vi at de er n**-mutasjoner** av hverandre. For eksempel er AAT en 2-mutasjon av TTT. En **mutasjon** av en DNA-streng er altså DNA-strengen vi får ved å bytte ut en eller flere bokstaver.

(a) [2 poeng] Finn en formel som uttrykker hvor mange elementer det er i D_n for hvert naturlig tall n.
(b) [2 poeng] Hvor mange DNA-strenger i D_6 inneholder nøyaktig tre forekomster av T?
(c) [2 poeng] Hvor mange DNA-strenger i D_8 har nøyaktig like mange av hver av de fire bokstavene?
(d) [2 poeng] Hvor mange DNA-strenger i D_4 inneholder strengen TTT?
(e) [2 poeng] Hvor mange 2-mutasjoner finnes det av DNA-strengen ACCGT?

Eksamen høsten 2021

5 Kombinatorikk (og litt utsagnslogikk) [10 poeng]

La T være mengden av ti forskjellige atomære utsagnslogiske formler, $T = \{P_0, P_1, ..., P_9\}$.

(a) [2 poeng] Hvor mange syntaktisk forskjellige formler kan vi lage på formen

$$(((((((((X_0 \to X_1) \to X_2) \to X_3) \to X_4) \to X_5) \to X_6) \to X_7) \to X_8) \to X_9)$$

der X_i-ene er atomære formler fra T og hvor enhver formel fra T brukes nøyaktig én gang? Hint: Merk at dersom vi bytter rekkefølgen på to atomære formler, vil dette telles som to *forskjellige* formler. For eksempel er en formel $((P_1 \to P_2) \to P_3)$ syntaktisk forskjellig fra formelen $((P_3 \to P_2) \to P_1)$.

(b) [2 poeng] Hva blir svaret på forrige oppgave dersom formler fra T kan brukes null eller flere ganger?

(c) [2 poeng] I denne oppgaven ser vi på to formler som **forskjellige** dersom de ikke er ekvivalente. Legg merke til at formler kan være syntaktisk forskjellige, men allikevel ekvivalente, som for eksempel formlene $((P_1 \wedge P_2) \wedge P_3)$ og $((P_3 \wedge P_2) \wedge P_1)$. Med denne definisjonen av forskjellig, hvor mange *forskjellige* formler kan vi lage på formen

$$(((((((((X_0 \wedge X_1) \wedge X_2) \wedge X_3) \wedge X_4) \wedge X_5) \wedge X_6) \wedge X_7) \wedge X_8) \wedge X_9)$$

der X_i-ene er atomære formler og hvor enhver formel fra T brukes nøyaktig én gang? Hint: Nå spiller ikke rekkefølgen på de atomære formlene noen rolle fordi $((P_1 \wedge P_2) \wedge P_3)$ og $((P_3 \wedge P_2) \wedge P_1)$ er logisk ekvivalente.

(d) [2 poeng] Hva bli svaret på forrige oppgave dersom formler fra T kan brukes null eller flere ganger?

(e) [2 poeng] Gi en begrunnelse for svaret i deloppgave (d).