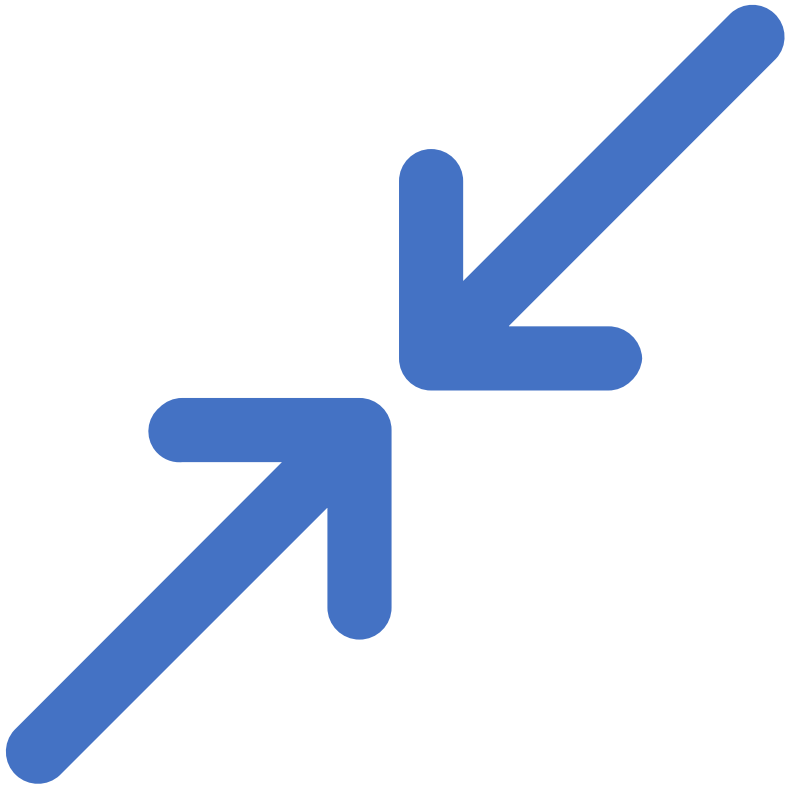


Rami Alkawadri

IN1150 – gruppe 10
Uke 3

Plan for dagen

- Oppsummering av kapittel 5 og 6
- Eksamensoppgave

Kapittel 5 oppsummering

- **Bevis:** En rekke logiske slutninger som viser hvordan vi kommer fra antakelsene til påstanden.
  - For hvert steg må konklusjonen være en logisk konsekvens av antakelsene.
- **Formodning:** en påstand som vi tror, eller har god grunn til å tro er sann, men som vi ikke har bevist eller motbevist.
- **Direkte bevis:**
  - Vi har en påstand på formen «Hvis F, så G».
  - Et direkte bevis begynner med antakelsen om F er sann og ender med konklusjonen om at G er sann.
- **Eksistansbevis:**
  - Vi har en påstand som sier at noe eksisterer
  - Finne et objekt som gjør påstanden sann.
  - Gi en metode for å finne et slikt objekt
- **Bevis ved tilfeller:**
  - En bevismetode hvor hvert enkelt tilfelle blir bevist hver for seg.
- **Bevis for universelle påstander:**
  - En påstand som sier noe om alle objekter av en bestemt type
  - For å bevise påstanden, begynn med å velge et vilkårlig objekt fra den gitte mengden og vis at dette objektet har den ønskede egenskapen
- **Moteksempler:**
  - Den letteste måten å motbevise en universell påstand er å komme med et moteksempel.
- **Kontrapositive bevis:**
  - Påstanden er «Hvis F, så G», men den er logisk ekvivalent med $\neg G \rightarrow \neg F$
  - Kontrapositiv bevis bruker denne ekvivalensen for å bevise en påstand
- **Motsigelsesbevis:**
  - Begynner med å anta at påstanden er usann og viser hvordan denne antagelsen fører til en motsigelse
- **Konstruktiv bevis:** viser fram eller gir en metode for å finne et objekt
- **Ikke-konstruktiv bevis:** viser ikke objektet eller gir en metode

Kapittel 6 oppsummering

- S og T er mengder

  - En **binære relasjon** fra S til T er en delmengde av $S \times T$ (kartesisk produkt)

  - En **binære relasjon på** mengden S er en delmengde av $S \times S$

  - En **n-ær relasjon** er en delmengde av $A_1 \times \cdots \times A_n$

  - En **n-ær relasjon på** mengden A er en delmengde av $A \times \cdots \times A$
- Spesielle relasjoner:

  - **Identitetsrelasjonen:** $\{\langle x, x\rangle | x \in S\}$

  - **Den tomme relasjonen:** $\emptyset$

  - **Den universelle relasjonen:** mengden $S \times T$
- **Infiksnotasjon**: anta at $\langle a, b\rangle \in R$, da kan vi skrive dette sånn aRb
- Anta at S er en mengde og at R er en relasjon på mengden
- Relasjonen R er **refleksiv** dersom for alle x i S er det slik at $\langle x, x\rangle \in R$
- Relasjonen R er **symmetrisk** hvis det er for alle x, y slik at hvis $\langle x, y\rangle \in R$ så er $\langle y, x\rangle \in R$
- Relasjonen R er **transitiv** hvis det er for alle x, y, z slik at hvis $\langle x, y\rangle \in R$ og $\langle y, z\rangle \in R$ så er $\langle x, z\rangle \in R$
- **Ekvivalensrelasjon:** er en relasjon som er refleksiv, symmetrisk og transitiv
- Relasjon R er **anti-symmetrisk** hvis det er for alle x, y slik at hvis $\langle x, y\rangle \in R$ og $\langle y, x\rangle \in R$ så er $x = y$
- Relasjon R er **irrefleksiv** hvis det ikke er noen $x \in S$ slikt at $\langle x, x\rangle \in R$
- **Partiell ordning:** er en relasjon som er refleksiv, transitiv og anti-symmetrisk
- **Total ordning:** En partiell ordning kalles en total ordning hvis det for alle x og y i S er slik at xRy eller yRx
- Relasjon R er **asymmetrisk** dersom det er slik at hvis xRy så er ikke yRx

Eksamen høst 2021 oppgave 3

Vi sier at en binær relasjon R på M er **ekvitransitiv** hvis det for alle x, y og z er slik at hvis ⟨x, z⟩ ∈ R og ⟨y, z⟩ ∈ R, så ⟨x, y⟩ ∈ R. La M være mengden {a, b, c}. I alle oppgavene nedenfor skal relasjonene defineres som mengder av tupler. I oppgave (a)–(c) forsøk **å finne relasjoner med så få tupler som mulig**. Hint: Relasjonen {⟨a, b⟩} er ikke ekvitransitiv, fordi ⟨a, a⟩ mangler.

- **a)** Finn en relasjon på M som er ekvitransitiv, men ikke symmetrisk.
  - Svar: $\{\langle a,b\rangle,\langle a,a\rangle\}$
- **b)** Finn en relasjon på M som er refleksiv og symmetrisk, men ikke ekvitransitiv.
  - Svar: $\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle a,c\rangle,\langle c,a\rangle\}$
- **c)** Finn en relasjon på M som er ekvitransitiv, men ikke transitiv.
  - Svar: $\{\langle a,a\rangle,\langle b,a\rangle,\langle a,b\rangle,\langle b,b\rangle,\langle b,c\rangle\}$
- **d)** Vis at dersom en relasjon er både symmetrisk og transitiv, så er den ekvitransitiv.
  - Svar: Anta at R er symmetrisk og transitiv. Anta også at ⟨x, z⟩ ∈ R og ⟨y, z⟩ ∈ R, vi skal bevise at ⟨x, y⟩ ∈ R. Siden R er symmetrisk har vi har ⟨z, y⟩ ∈ R, og fordi R er transitiv og vi har ⟨x, z⟩ ∈ R og ⟨z, y⟩ ∈ R har vi at ⟨x, y⟩ ∈ R.