Eksamen 2022 vår - oppgave 1

a) Regn ut $((\{1,2,3,4,5\} \setminus \{1,3,5\}) \cup \{1,2\}) \cap \{2,3,4,5\}$

b) Regn ut $(\{1,2\} \times \{a,b,c\}) \setminus (\{1,2,3\} \times \{a,b\})$.

c) Vis at det ikke er slik at $\{1,2,3\} \times \{a,b\} \subseteq \{1,2\} \times \{a,b,c\}$

d) Hvis A og B er to ikke-tomme mengder slik at $|A| > |B|$, hva vet vi om $f: A \to B$? Er f injektiv, surjektiv, bijektiv? Forklar.

e) Er det slik at $P(A \setminus B) \subseteq P(A) \setminus P(B)$ er sant for alle mengder A og B slik at $B \subseteq A$? Hvis ja, forklar hvorfor; hvis nei, finn et moteksempel.

Eksamen 2020 høst – oppgave 1

1 Bevis og begrunnelser [10 poeng]

I denne oppgaven får du to nye definisjoner som du skal bruke til å lage bevis og gi begrunnelser. Fokuset i denne oppgaven er altså på bevisene og begrunnelse du gir. Pass på at deloppgavene (a), (b), (c) og (d) er ført inn hver for seg, helt uavhengig av hverandre og i riktig rekkefølge. Det du skriver i én deloppgave får ingenting å si for det du skriver en i annen deloppgave.

En funksjon $f : A \to B$ er **dobbelt-surjektiv** hvis det for alle $y \in B$ finnes to forskjellige elementer x_1 og x_2 i A slik at $f(x_1) = y$ og $f(x_2) = y$. En funksjon $f : A \to B$ er **semi-injektiv** hvis det for alle mengder $\{x, y, z\} \subseteq A$ med tre elementer er slik at $\{f(x), f(y), f(z)\}$ har minst to elementer. Sagt på en annen måte: Hvis x, y og z er tre forskjellige elementer i A, så vil $|\{f(x), f(y), f(z)\}| \neq 1$.

(a) [3 poeng] Bevis at hvis en funksjon f er injektiv, så er den semi-injektiv.

(b) [2 poeng] Bevis at en funksjon f kan være semi-injektiv uten å være injektiv.

(c) [3 poeng] Bevis at hvis en funksjon f er dobbelt-surjektiv, så er den surjektiv.

(d) [2 poeng] Bevis at en funksjon f kan være surjektiv uten å være dobbelt-surjektiv.