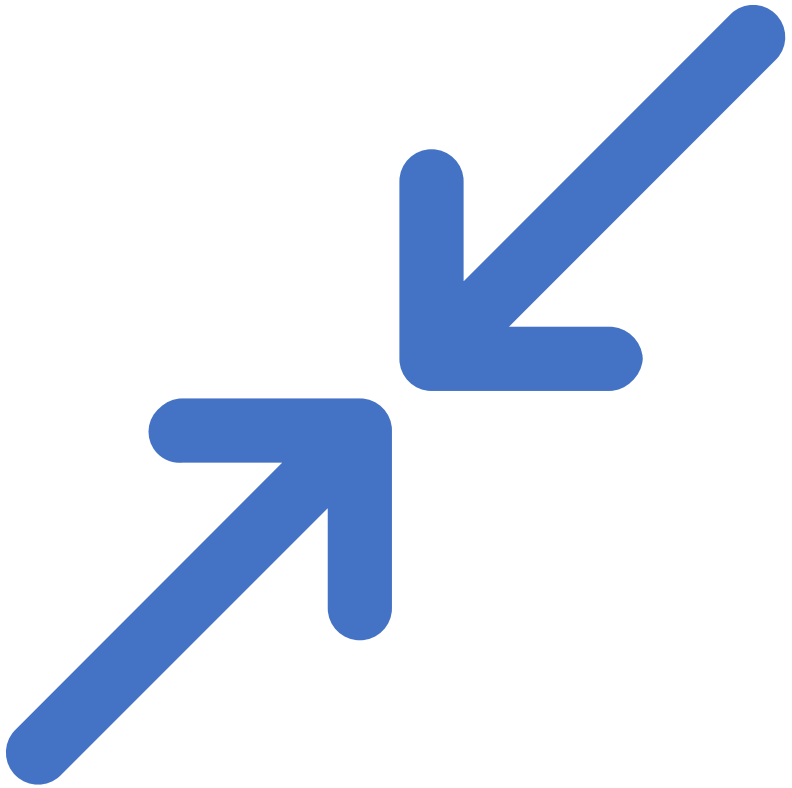


Rami Alkawadri

IN1150 – gruppe 10
Uke 8

Plan for dagen

- 1. time:

  Repetisjon av kapittel 13 og 14

  Eksamensoppgave

- Pause 😴

- 2. time: Selvstendig jobbing

Kapittel 13 – introduksjon

- Dere lærte om **utsagnslogikk**: de utsangsvariabler, utsagnsformlene, konnektiver osv …
- **Førsteordens logikk** utvider utsagnslogikk med blant annet **kvantorer**
  - ∀, leses som «for alle»
  - ∃, leses som «det finnes»
- **Førsteordens språk** gir oss språk med mye større uttrykkskraft enn utsagnslogikk
- Det gjør det mulig å representer noen utsagn som er vanskelig å representere i utsagnslogikk, f.eks.
  - Det finnes uendelig mange primtall
  - Ethvert heltall er enten et partall eller et oddetall

Kapittel 13 - (fort)

- Et **førsteordens språk** består av følgende:
  - Logiske symboler:
    - De logiske konnektivene $\wedge, \vee, \rightarrow$ og $\neg$
    - Kvantorene $\forall$ og $\exists$
    - En uendelig tellbar mengde av variabler
    - Parenteser og kommaer
  - Ikke-logiske symboler:
    - Mengde av konstantssymboler
    - Mengde av funksjonssymboler
    - Mengde av relasjonssymboler
- Ethvert funksjons- og relasjonssymbol er assosiert med et naturlig tall, kalt ariteten til symbolet.

- Hvis man ser på definisjonen, ser man at det eneste som skiller to førsteordensspråk fra hverandre er de ikke-logiske symbolene
- De ikke logiske symbolene utgjør en **signatur** og den er representert slik:
  ⟨konstantsymboler; funksjonssymboler; relasjonssymboler⟩
- Her er to signaturer som representerer to språk:
  - $\langle 0; +, *; = \rangle$: alle funksjoner og relasjoner har ariteten 2
  - $\langle \emptyset; \cup, \cap; =, \in \rangle$: alle funksjoner og relasjoner har ariteten 2

Kapittel 13 (fort)

- Mengden av **førsteordens termer** er induktivt definert:
  - Basismengden består av alle konstant og variabel symbolene.
  - Induksjonssteget er hvis $t_1, \dots, t_n$ er termer og f er en funksjon med aritet n, så er $f(t_1, \dots, t_n)$ en term
- F.eks: $\langle 0;\ +,*;\ = \rangle$
  - Her er 0 en term
  - Her vil $(0 + 0)$ være en term
  - $((0 + 0) + 0)$ er en term
- Hvis er kjent og så lenge det er entydig kan vi droppe parenteser:

$$f(a, b) = fab$$

$$g(a, a) = gaa$$

- Anta at R er et relasjonssymbol med aritet n:
  - Hvis $n > 0$ og $t_1, \dots, t_n$ er termer, så er $R(t_1, \dots, t_n)$ en **atomær formel**
  - Hvis $n = 0$ er R en **atomær formel**
- F.eks: $\langle 0;\ +,*;\ = \rangle$
  - $0 = 0$ er en atomærformel
  - $0 + 0 = 0$ er en atomærformel

Kapittel 13 (fort)

- Mengden av **førsteordens formler** er induktivt definert slik
  - Basismengde består av alle atomære formler
  - Hvis F og G er formler, så er $\neg F$, $(F \wedge G)$, $(F \vee G)$ og $(F \rightarrow G)$ formler
  - Hvis F er en formel og x er en variabel, så er $\forall x F$ og $\exists x F$ en formel
- Alle forekomster av x i F i formlene $\forall x F$ og $\exists x F$ sies å være **bundet** og innenfor skopet til den gjelden **kvantoren**
- Denne definisjonen sier ikke noe som semantikk men kun syntaks
- F.eks.: $\langle 0;\ +,*;\ = \rangle$
  - $0 = 0$ er en atomærformel og førsteordens formel
  - $0 + 0 = 0$ er en atomærformel og førsteordens formel
  - $(0 = 0) \wedge (0 + 0 = 0)$ er en førsteordens formel
  - $\forall x(x = x)$ er en førsteordensformel
- Presedens i førsteordensformler er akkurat som i utsagnslogikk men $\forall$ og $\exists$ binder like sterkt som $\neg$

Kapittel 14

- Et **predikat** er et uttrykk som inneholder en eller flere plassholdere og blir til sant/usant når vi erstatter plassholderne med verdier
- F.eks.
  - $x + y = 4$, vi kan ikke vite om dette er riktig eller ikke uten å erstatte x og y
  - x er et primtall
- Vi kan representere predikater i førsteordens språk som formler.
- F.eks. la Px bety at tallet x er et primtall og $\mathrm{x} = y$ betyr at x er lik y, da er
  - $\forall xPx$ betyr at alle x er primtall
  - $\exists xPx$ betyr at det finnes et primtall
  - $\exists xPx \wedge \forall x\forall y((Px \wedge Py) \rightarrow (x = y))$, betyr at finnes kun ett primtall
- Hvis en variabelforekomst i førsteordensformel ikke er innenfor skopet til en kvantor, kalles variabelen **fri**. Det vil si at den ikke er bundet
- En formel kalles **lukket** dersom den ikke inneholder noen frie variabler
- F.eks.
  - Variabelen x i Px er fri, fordi den er ikke i skopet til en kvantor
  - Formelen $\exists xPx \wedge \forall x\forall y((Px \wedge Py) \rightarrow (x = y))$ er lukket, fordi den ikke har noen frie variabler

Kapittel 14 (fort)

- I førsteordenslogikk er det en del mønstre som dukker opp mange ganger
- La Px stå for x er et primtall og Sx står for $x > 0$:
  - $\forall x(F \rightarrow G)$, dette representerer «Alle F er G», f.eks. «All primtall er større enn null», skrives sånn «$\forall x(Px \rightarrow Sx)$»
  - En vanlig feil er å skrive $\forall x(F \wedge G)$, f.eks. $\forall x(Px \wedge Sx)$ betyr at alle x er primtall og større enn null
  - Her må du være oppmerksom på hva du vil skrive
  - $\exists x(F \wedge G)$, dette representerer «det finnes en x som både er F og G», f.eks. $\exists x(Px \wedge Sx)$ betyr at det finnes et primtall som er større enn null
  - En vanlig feil er å skrive $\exists x(F \rightarrow G)$, f.eks. $\exists x(Px \rightarrow Sx)$ betyr at det finnes en x slik at hvis x er et primtall, så er x større enn null
- Det som $\exists x(F \rightarrow G)$ representerer kommer sjeldent og sannsynligvis ikke det du ønsker å si
- Disse her er ekvivalente:
  - $\neg\exists xF$ er det samme som å skrive $\forall x\neg F$
  - $\forall x\neg F$ kan også erstattes med $\neg\exists xF$
- Disse to er også ekvivalente med kommer sjeldent, ikke skriv dem, med mindre det er akkurat det du vil si:
  - $\neg\forall xF$ er det samme som å skrive $\exists x\neg F$
  - $\exists x\neg F$ kan også erstattes med $\neg\forall xF$

Eksamen våren 2022

3 Førsteordens språk [10 poeng]

Anta at konstantsymbolene a og b representerer henholdsvis Arwen og Beorn, og anta at S, M, G og D er relasjonssymboler slik at

$S(x, y)$ representerer «x ser på y»,
$M(x, y)$ representerer «x er mot y»,
$G(x)$ representerer «x er en god film», og
$D(x)$ representerer «x er en dårlig film».

Finn førsteordens formler som representerer følgende setninger.

(a) [2 poeng] Det finnes en film som er både god og dårlig.
(b) [2 poeng] Beorn er mot alle dårlige filmer.
(c) [2 poeng] En film er god bare hvis den ikke er dårlig.
(d) [2 poeng] Arwen ser alle gode filmer, men ingen dårlige filmer.
(e) [2 poeng] Beorn ser alle dårlige filmer som Arwen er mot.

Eksamen høsten 2021

2 Førsteordens logikk og representasjon [10 poeng]

Anta at S er et relasjonssymbol med aritet to, at T er et relasjonssymbol med aritet én, og at a og b er konstant-symboler.

- Formelen Sxy representerer «x stoler på y».
- Formelen Tx representerer «x er troverdig».
- Konstantsymbolene a og b representerer henholdsvis Anna og Bob.

Finn førsteordens formler som uttrykker følgende utsagn. Pass på at strukturen i en formel samsvarer med strukturen i utsagnet.

(a) [2 poeng] «Anna stoler på Bob, og Bob er troverdig, men Bob stoler ikke på noen.».
(b) [2 poeng] «Bob stoler på alle som er troverdige.»
(c) [2 poeng] «Anna stoler ikke på noen som ikke stoler på seg selv.»
(d) [2 poeng] «Alle har noen de stoler på som er troverdige.»
(e) [2 poeng] «Alle som er troverdige blir stolt på av alle som ikke er troverdige.»