FØRSTEGRADENS LOGIKK (FOL)

UTSAGNSLOGISK

P_1 ALLE GREKERE ER PENE — A

P_2 SOKRATES ER GREKER — B

K SOKRATES ER PEN — C

UTSAGNSLOGIKK: UTSAGNSVARIABLE $A, B, C, \ldots$

FOL:

NAVN: SOKRATES — STÅR FOR TING
ARISTOTELES

PREDIKATER: – ER GREKER — EGENSKAPER TIL TING
– ER PEN
ELLER RELASJONER MELLOM TING
– KJENNER TIL –

GREKER (SOKRATES)

KJENNER TIL (SOKRATES, ARISTOTELES)

OBJEKTVARIABLER : $x, y, z, \ldots$

ALLE GREKERE ER PENE

FOR ALLE TING x, HVIS GREKER (x)

SÅ PEN (x)

ALLKVANTOR → $\forall$

$$\forall x \left(\text{GREKER}(x) \rightarrow \text{PEN}(x) \right)$$

EKSISTENSKVANTOR $\exists$

$$\exists x \left(\text{GREKER}(x) \wedge \neg \text{PEN}(x) \right)$$

P $\quad \forall x \left(\text{GREKER}(x) \rightarrow \text{PEN}(x) \right)$

P $\quad$ GREKER (SOKRATES)

K $\quad$ PEN (SOKRATES).

KONSTANTER

NAVN

a, b, c

FUNKSJONSSYMBOLER f : n

f HAR AKRITET 4

RELASJONSSYMBOLER : R : n

Q : m

MENNESKER: SOKRATES

ARISTOTELES

TALL: 0, 1, 2, 3, ...

FAR TIL - (AKRITET 1)

MOR TIL - —"—

+ (-, -)

· (-, -)

GREKER - (AKRITET 1)

FORELDRE TIL (-, -, -)

(AKRITET 3)

FORELDRE TIL (ARISTOTELES,

SOKRATES,

CESAR)

MOR TIL (FAR TIL (SOKRATES))

FORELDRE TIL (MOR TIL (SOKRATES), FAR TIL (SOKRATES), SOKRATES)

FORMELT

→ EN FO (FØRSTEORDENS) SIGNATUR EK

EN LISTE

$$\Sigma = \langle a, b, c, \ldots \; ; \; f, g, \ldots \; ; \; R, Q, \ldots \rangle$$

$a, b, c, \ldots$: KONSTANTER

$f, g, \ldots$: FUNKSJONS-SYMBOLER MED AKRITET

$R, Q, \ldots$: RELASJONS-SYMBOLER MED AKRITET

I TILLEGG KOMMER: $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg$

$\forall, \exists$

$x, y, z, \ldots$: VARIABLER

$(=)$

GITT EN SIGNATUR $\langle a, b, \ldots ; f:n, g:m, \ldots ; R:t, \ldots \rangle$

DEF MENGDEN AV **TERMER** ER INDUKTIVT DEFINERT SOM DEN MINSTE MENGDEN SLIK AT

- a ER EN TERM FOR ALLE KONSTANTER a
- x —— " —— VARIABLER x
- HVIS $t_1, \ldots, t_n$ ER TERMER OG f ER ET FUNKSJONSSYMBOL MED ARITET n SÅ ER $f(t_1, \ldots, t_n)$ EN TERM.

EKS: a, b, $f(a,b)$, $f(a,a)$, $f(f(a,b),b)$

x, y

$g(f(x,b)), \ldots$

$f(x,b)$

DEF HVIS $t_1 \dots t_n$ ER TERMER,

OG R ER ET RELASJONSSYMBOL

MED ARITET n,

SÅ ER $R(t_1 \dots t_n)$ EN ATOMÆR FORMEL.

EKS $R(a, b, x)$

$R(f(a,b), b, a)$

EN ENKEL UTSAGNSLOGISK VARIABEL A

ER OGSÅ EN ATOMÆR FORMEL.

DEF MENGDEN AV FORMLER ~~DEN~~ ER INDUKTIVT

DEFINERT SOM DEN MINSTE MENGDEN SLIK AT

- ATOMÆRE FORMLER ER FORMLER
- HVIS ϕ, ψ ER FORMLER, SÅ ER

$(\phi \wedge \psi)$, $(\phi \vee \psi)$, $(\neg \phi)$, $(\phi \to \psi)$,

$\forall x \, \phi$

$\exists x \, \phi$

FORMLER.

$\langle a, b, c ; f:1, g:2 ; P:1, R:2 \rangle$

$P(a), \quad P(x), \quad P(y), \quad R(a, f(x)),$

$P(a) \rightarrow P(y)$

$\forall_y \; (P(a) \rightarrow P(y))$

$\forall x \; (P(a) \rightarrow P(y))$

.

.

.

ARITMETIKK

$\langle 0, 1, 2, \ldots ; +:2, \cdot:2 ; \leq:2, =:2, P:1 \rangle$

GREKEKE

$\langle a, s, c ; f:2 ; P:1, G:1, K:2 \rangle$

~~[illegible]~~ STANDARD

NOTASJON INFIX, PREFIX

/	$f(a,s)$
$2+1$	$+(2,1)$
$a f b$	$K(a,s)$
$a K s$	$\leq(0,1)$
$0 \leq 1$	

$\cdot(2,x)$ Rel. sym.

$2 \cdot x = 6$ $= (\cdot(2,x), 6)$

term term

$2 \cdot 3 = 6$ - SANT

$2 \cdot 4 = 6$ - FALSK

$\forall x \ (2 \cdot x = 6)$ - FALSK

$\exists x \ (2 \cdot x = 6)$ - SANN

$\exists x \ (10 \leq x)$ SANT

$2 \cdot x = 6 \ \wedge \ 10 \leq x$

$\exists x (2 \cdot x = 6 \ \wedge \ 10 \leq x)$

$(\exists x (2 \cdot x = 6)) \wedge 10 \leq x$

$\exists y (2 \cdot y = 6) \wedge 10 \leq x$

$10 \leq x$

KALLES PREDIKAT BOKA

I EN FORMEL SOM F. EKS.

$$\forall x \phi \wedge \psi$$

/

- ALLE x I ϕ ER BUNDET AV $\forall x$ FORAN.

  SCOPET TIL $\forall x$ ER ϕ (ikke ψ)

(som ikke allerede er bundet av en eventuell kvantor inne i ϕ!)

- EN VARIABEL SOM IKKE ER I SCOPET TIL EN KVANTOR KALLES FRI.

- EN FORMEL SOM HAR EN FRI VARIABEL KALLES ÅPEN.

- EN FORMEL UTEN FRIE VARIABLE KALLES LUKKET (OG SETNING OG UTSAGN)

Så: $\forall x \phi$ er alle forekomster av x som er frie i ϕ bundet av $\forall x$.

Eks:

$$\forall x ((\exists x P(x)) \wedge Q(x,y))$$

Bundet av $\forall x$

Bundet av $\exists x$

frie

- DET FINNES EN PEN GREKER

$$\exists x \left(P(x) \wedge G(x) \right)$$

- ALLE GREKERE ER PENE

$$\forall x \left(G(x) \rightarrow P(x) \right)$$

- $\forall x \left(G(x) \wedge P(x) \right)$ – BETYR "ALLE TING/MENNESKER ER GREKERE OG PENE." (I VÅR UFORMELLE TOLKNING)

- $\exists x \left(P(x) \rightarrow G(x) \right)$ – "DET FINNES EN SOM ER SLIK AT HVIS HEN ER PEN SÅ ER HEN GREKER"

$$\Updownarrow$$

$$P(x) \rightarrow G(x)$$

- ALLE GREKERE KJENNER TIL SOKRATES

$$\forall x \left(G(x) \rightarrow K(x, s) \right)$$

- ALLE GREKERE KJENNER TIL SEG SELV

$$\forall x \left(G(x) \rightarrow K(x, x) \right)$$

- DET FINNES EN GREKER SOM KJENNER TIL ALLE GREKERE.

$$\exists x \left(G(x) \wedge \forall y \left(G(y) \rightarrow K(x,y) \right) \right)$$

IKKE $\Rightarrow$ $$\left(\exists x \left(G(x) \right) \wedge \forall y \left(G(y) \rightarrow K(x,y) \right) \right)$$

↑

HER ER x FRI.