FØRSTE ORDENS LOGIKK (FOL)

SYNTAKS — SEMANTIKE

F.o. FORMLER — TOLKNING (I DAG UFORMELT)

TERM

a

x

f(x)

f(a)

FORMEL

R(a, a)

R(x, a)

$\forall x (R(x,a) \wedge R(a,a))$

konstantsymb. — funksjonssymb. — Rel. symb.

SIGNATUR: $\langle a, b, c ; f, g ; P \; Q \; R \rangle$

bysse terma

P(x) - boka

Px - boka

(Px) - ikke boka, men pår.

Def:

BS { x term

c term, c konstantsymbol

IS hvis $t_1, \dots, t_n$ er f funksjonssymbol med aritet n,

så $f(t_1, \dots, t_n)$ term.

13.1 $\langle$ Ola, Kari ; - ; Mor:2, Far:2 $\rangle$

↓

aritet 2

$\langle O, K ; - ; M:2, F:2 \rangle$

a) Ola er far til Kari

$F(O, K)$ Far (Ola, Kari)

b) Kari er mor til noen ← kalles (ibland)

$\exists x (M(K, x))$ $\exists x\, Mkx$

c) Ola har ingen mor

$$\neg \exists x \, M(x, o)$$

$$\forall x \neg M(x, o)$$

d) Alle har en mor og en far

$$\forall x \left(\exists_y M(y, x) \wedge \exists_z F(z, x) \right)$$

$$\forall x \, \exists_y \exists_z \left(M(y, x) \wedge F(z, x) \right)$$

e) Alle har en mormor.

$$\forall x \left(\exists_y \left(M(y, x) \wedge \exists_z M(z, y) \right) \right)$$

f) Ingen er både mor og far

$$\exists_y F(x, y)$$

$$\neg \exists x \left(\exists_y M(x, y) \wedge \exists_z F(x, z) \right)$$

Er mor(x) $\equiv \exists_y M(x, y)$

FORMEL

TEKST

Er Mor (x)

mor-til (x)

predikat

funksjon

Er Mor (k)

mor-til (k) = Tove

kake

Er Mor (mor-til (k))

f (f(x))

term

term

14.2

$\langle a, b, c \,;\, - \,;\, P:1, Q:1, R:2, S:2 \rangle$

Tolkning:

a	- Anna	Px	- x er populær
b	- Bernt	Qx	- x er kontroversiell
c	- Carl	Rxy	- x er kompis med y
		Sxy	- x har stemt på y

a) Anna er populær og kontroversiell

$$(P(a) \wedge Q(a))$$

b) Bernt er kompis med Carl, men ikke Anna

$$R(b,c) \wedge \neg R(b,a)$$

c) Carl er kompis med alle

$$\forall x \, R(c,x)$$

d) Anna har stemt på en som er kontroversiell

$$\exists x \, (S(a,x) \wedge Q(x))$$

$$\exists x \, (Q(x) \wedge S(a,x))$$

e) Bernd har stemt på en kompis

$$\exists x \left(S(b,x) \wedge R(b,x) \right)$$

h) Ingen er både populær og kontroversiell

$$\neg \exists x \left(Px \wedge Qx \right)$$

$$\forall x \left(\neg Px \vee \neg Qx \right)$$

$$\left(\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \neg A \vee B \end{array} \right)$$

$$\forall x \left(Px \rightarrow \neg Qx \right)$$

i) Alle har stemt på noen som er kontroversielle

$$\forall x \exists y \left(Sxy \wedge Qy \right)$$

k) Alle som er kontroversielle har blitt stemt på av noen.

$$\forall x \left(Qx \rightarrow \exists y \, Syx \right)$$

$$\forall x \exists y \left(Qx \rightarrow Syx \right)$$

$$\forall x \left(E(x) \rightarrow P(x) \right) \quad \Big| \quad \forall x \left(E(x) \wedge P(x) \right)$$

$$\exists x \left(E(x) \wedge P(x) \right) \quad \Big| \quad \exists x \left(E(x) \rightarrow P(x) \right)$$

9) Bernt stemmer bare på kontroversielle og upopulære kandidater av seg selv

$$\forall x \left(S(b,x) \rightarrow \left(Qx \wedge \neg Px \wedge R(b,x) \right) \right)$$

14.5

Mx – x er matematiker

Tx – x er kjedis

Lxy – x liker y

a) $\neg \exists x (Mx \wedge Tx)$

Ingen er både matematiker og kjedis.

c) $\exists x \forall y (Ty \rightarrow Lxy)$

1) Noen liker alle kjedisene

2) Hvis du er kjedis så må noen like deg.

Alle kjedisene er likt av noen

$\forall y (Ty \rightarrow \exists x Lxy)$

$\forall y \exists x (Ty \rightarrow Lxy)$