GRAFTEORI



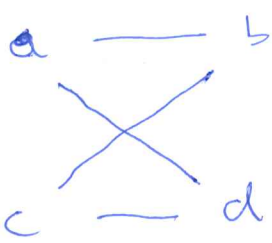
$V = \{a, b, c\}$

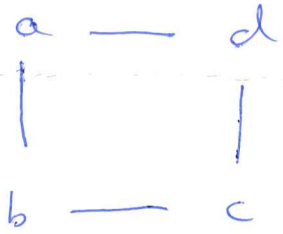
DEF GRAF

En graf er en (ikke-tom) mengde V av noder sammen med en mengde E av kanter slik at hver kant er en mengde $\{a, b\}$ av to forskjellige noder.

Eks $V = \{a, b, c, d\}$

$E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{a, d\}\}$





→ $\{a, b\}$ kant : • $\{a, b\}$ ligger inntil a og b

• a, b er naboer

SAMME GRAF / FORSKJELLIG GRAF



KAN VÆRE $V_1 = \{a, b, c\}$



$E_1 = \{\{a,b\}, \{b,c\}, \{a,c\}\}$

MEN OGSÅ $V_2 = \{0, 1, 2\}$



$E_2 = \{\{0,1\}, \{1,2\}, \{0,2\}\}$

- DETTE ER FORSKJELLIGE GRAFER, FOR $V_1 \neq V_2$

$E_1 \neq E_2$

- MEN DE ER <u>ISOMORFE</u> :)

<u>DEF</u> <u>ISOMORFI</u>

TO GRAFER $G_1 = (V_1, E_1)$ OG $G_2 = (V_2, E_2)$

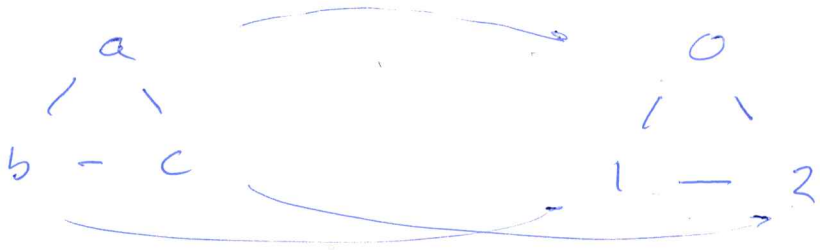
ER <u>ISOMORFE</u> HVIS DET FINNES EN

BIJEKSJON $f : V_1 \longrightarrow V_2$ SLIK AT

$\{a,b\} \in E_1 \iff \{f(a), f(b)\} \in E_2$

- VI SKRIVER $G_1 \cong G_2$

- f KALLES EN ISOMORFI
- NOTER AT $f^{-1}: V_2 \to V_1$ ER OGSÅ EN ISOMORFI.
- VI KAN SI AT  ER EN TEGNING AV EN GRAF "OPP TIL ISOMORFI".



VIKTIG: ALLE GRAFTEORETISKE EGENSKAPER BEVARES AV ISOMORFIER.

ISOMORFE:



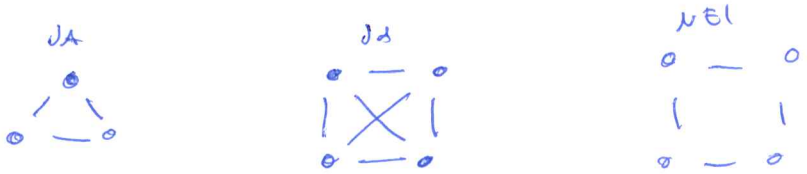
$a \mapsto 0$
$b \mapsto 1$
$c \mapsto 2$
$d \mapsto 3$

NOEN GRAFTEORETISKE BEGREPER

KOMPLETT GRAF

KANT MELLOM ALLE NODER

Eks



TOM GRAF

INGEN KANTER, $E = \phi$

Eks



KOMPLEMENT

HVIS $(V, E) = G$ ER EN GRAF

SÅ ER KOMPLEMENT GRAFEN $\bar{G} = (V, \bar{E})$

GITT VED

$$\{a, b\} \in \bar{E} \iff \{a, b\} \notin E$$

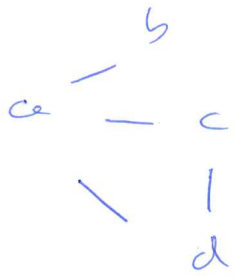
Eks



GRAD TIL NODE

GRADEN TIL EN NODE a ER ANTALL KANTER SOM LIGGER INNTIL NODEN.

Eks



GRAD a = 3

GRAD b = 1

GRAD c = 2

GRAD d = 2

TEOREMER

1) SUMMEN AV GRADENE TIL ALLE NODENE ER $2 \cdot |E|$

2) DET ER ALLTID PARTALL MANGE NODER MED ODDE GRAD.

NOEN ANDRE TYPER GRAFER

1) PSEUDOGRAF: KAN VÆRE KANT FRA EN NODE TIL SEG SELV



↖ KALLES "LØKKE"

2) MULTIGRAF: KAN VÆRE FLERE KANTER MELLOM SAMME NODER



3) RETTET GRAF: KANTENE HAR RETNING

ENKEL GRAF - IKKE PSEUDO - ELLER MULTIGRAF

REPRESENTASJON

PSEUDOGRAF

E ER EN MENGDE AV MENGDER $\{a, b\}$

DER a KAN VÆRE LIK b.

ALTSÅ EN KANT ER EN MENGDE NODER MED

1 ELLER 2 ELEMENTER.

MULTIGRAF

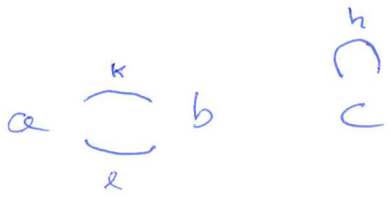
- KANTENE ER GITT VED EN FUNKSJON

$$e : E \to \mathcal{P}(V)$$

DER $e(x)$ ER EN MENGDE MED KARDINALITET 2

(ELLER 1 ELLER 2, HVIS PSEUDO)

EKS



E $\xrightarrow{e}$ V

$\{h, k, l\}$ $\{a, b, c\}$

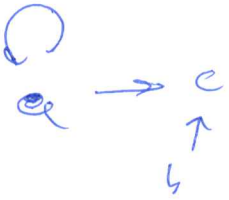
$e(h) = \{c\}$

$e(k) = \{a, b\}$

$e(l) = \{a, b\}$

- RETTA PSEUDO GRAF

$$E \subseteq V \times V$$



$\langle a, a \rangle$

$\langle b, c \rangle$

$\langle a, c \rangle$

VANDRINGER I GRAFER

~~FIKSER EN GRAF~~ LA $G = (V, E)$ VÆRE EN GRAF.

VANDRING

EN VANDRING AV LENGDE n I G

ER EN SEKVENS

$$v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 \dots e_n v_n$$

AV NODER v OG KANTER e.

STI: - VANDRING DER INGEN NODE GJENTAS.

LUKKET: $v_0 = v_n$

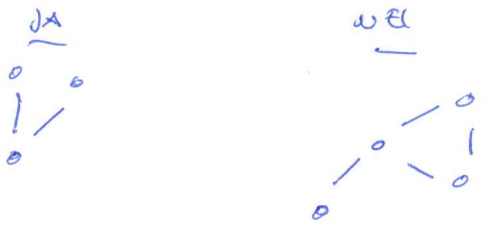
KRETS: LUKKET VANDRING DER INGEN KANT GJENTAS

~~LØKK~~

SYKEL: LUKKET STI (MINST !)

ASYKLISK GRAF : INGEN SYKLER

Eks



~~SAMMENHENGENDE~~

SAMMENHENGENDE GRAF

STI MELLOM ALLE PAR AV NODER

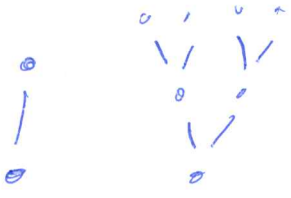
- ALLE GRAFER KAN DELES OPP I SAMMENHENGENDE KOMPONENTER

TRE SAMMENHENGENDE ASYKLISK GRAF

(LØVNODE : GRAD 1)

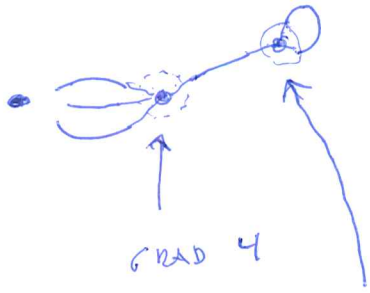
SKOG : ALLE SAMMENHENGENDE KOMPONENTER ER TRÆR.

Eks



TRE TRE

GRAD I PSEUDO - OG MULTIGRAFER



EN KANT (LØKKE) TELLES SOM 2.

FOR G EN SAMMENHENGENDE GRAF:

EULERVEI

VANDRING SOM INNEHOLDER HVER KANT I GRAFEN NØYAKTIG ÉN GANG.

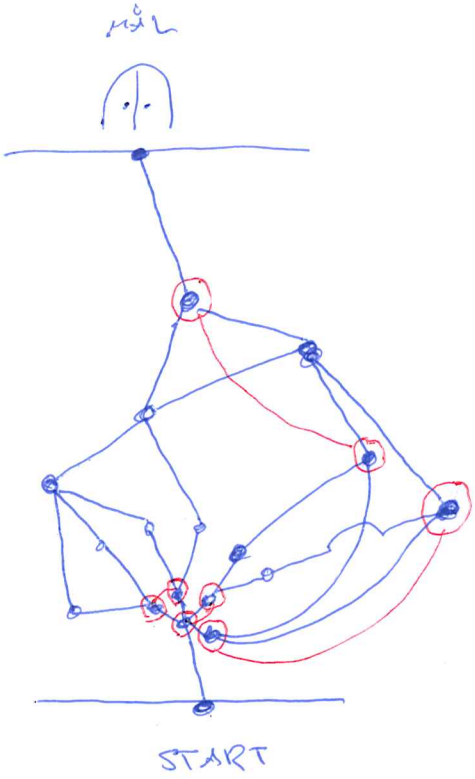
EULERKRETS: EULERVEI SOM STARTER OG SLUTTER I SAMME NODE

EULERGRAF: HAR EN EULERKRETS.

TEOREM: EN SAMMENHENGENDE GRAF HAR EN EULERKRETS HVIS OG BARE HVIS ALLE NODER HAR PARTALL GRAD

KOROLLAR: DET FINNES EN EULERVEI FRA EN NODE a TIL EN NODE b HVIS OG BARE HVIS a OG b HAR ODDE GRAD, OG ALLE ANDRE NODER HAR PARTALL GRAD.

(SPØRSMÅL: HVORDAN FØLGER KOROLLARET AV TEOREMET?)



BLÅ GRAF: INGEN EULERVEI FRA START TIL MÅL

BLÅ + RØD GRAF: FINS EN EULERVEI FRA START TIL MÅL.

FINS EULERVEI



FINS IKKE EULERVEI

