HENRIK

SEMANTIKK FOR SETNINGSLOGIKK

→ SETNINGSLOGISKE KONNEKTIVER

$\wedge$	"og"
$\vee$	"eller"
$\rightarrow$	"hvis - så"
$\neg$	"ikke"
($\leftrightarrow$	"hvis og bare hvis")

$F \wedge G$

$A \rightarrow B$

⋮

$\neg C$

$A \vee \neg (C \rightarrow B)$

⋮

→ VIL ANALYSERE "SETNINGSLOGISK FORM"

— " — "LOGISK KONSEKVENS"

SLUTNING 1

Premiss 1 • Hvis det regner så er gaten våt

P2 • Gaten er våt

Konklusjon → Det regner

$$\frac{A \rightarrow B \quad B}{A}$$

SLUTNING 2

P1 • Hvis jeg drikker red bull så kan jeg fly

P2 • Jeg drikker red bull

K → Jeg kan fly

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B}$$

SLUTNING 3

P Jeg er en ubåt

K Jeg er laget for å gå under vann

$$\frac{A}{B}$$

1 ABSTRAHERER BORT ALL BETYDNING/MENING

UNTATT FOR "OG" ($\wedge$), "ELLER" ($\vee$), "IKKE" ($\neg$), "HVIS-SÅ" ($\rightarrow$)

(SKRIVER BARE $A, B, C, \ldots$)

2 VI BRYR OSS BARE OM SANNHET OG FALSKHET

3. ~~ALT~~ ALT ER ENTEN SANT ELLER FALSKT

4. PRESIS DEFINISJON AV BETYDNINGEN TIL

$\wedge, \vee, \rightarrow, \neg$

(UT I FRA DET OVER).

$\wedge$ "OG"

$A \wedge B$

$A \wedge A$

"$A \wedge B$" ER SANN HVIS BÅDE A OG B ER SANNE. ELLERS FALSK.

- SKRIVER 1 FOR SANN

0 FOR FALSK

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

SANNHETSVERDITABELL

∨ "ELLER"

A	B	A ∨ B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

"INCLUSIVE OR"

¬ "IKKE"

A	¬A
1	0
0	1

→ HVIS- SÅ

A	B	A → B
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$\leftrightarrow$: $A \leftrightarrow B \overset{\text{def.}}{\equiv} (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

ET SAMMENSATT EKSEMPEL:

A	B	$\neg A$	$\vee$	B
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	0

NOEN AVKLARINGER / BEGREPER

- **UTSAGNSVARIABEL**

  BOKSTAV $A, B, C, \ldots, F, G, \ldots$

  SOM STÅR FOR EN SETNING

- EN **ATOMÆR FORMEL** BESTÅR AV EN

  ENKELT UTSAGNSVARIABEL.

- EN **SAMMENSATT FORMEL** HAR MINST ETT

  KONNEKTIV $(\wedge, \vee, \rightarrow, \neg)$ I SEG

- KUNNE ~~HAVE~~ HA SKJEVET $A, B,$ ATOMÆR SETNING

  $\alpha, \psi, \ldots$ KOMPLEKS —"—

  MEN OFTE DET IKKE.

  BRUKER $A, B, C, D, E, \ldots$ - KONTEKST AVGJØR.

- EN **VALUASJON** GIR EN SANNHETSVERDI

  TIL ALLE UTSAGNSVARIABLE.

	A	B	A ∧ (B ∨ A)		
VALUASJON →	1	1	1	1	1
—"— →	1	0	1	1	1
—"— →	0	1	0	0	1
—"— →	0	0	0	0	0



LOGISK STRUKTUR - FORMLER

→ A ER EN TAUTOLOGI HVIS A ER SANN UNDER ALLE VALUASJONER.

EX

A	A ∨ ¬A
1	1 1 0
0	0 1 1

↑ TAUTOLOGI!

SKRIVER ⊨ A

"A ER TAUTOLOGI

→ A ER EN MOTSIGELSE / KONTRADIKSJON

HVIS A ER FALSK UNDER ALLE VALUASJONER.

EX ¬(A ∨ ¬A)

MER OM →, FEL PAUSEN:

~~Hvis $n > 10$ så $n+9$~~

HVIS $n \geq 3$ OG n ER ET PRIMTALL

SÅ n ODDE.

SANT FOR ALLE n?

HVA MED $n = 10$?

LOGISK STRUKTUR – MELLOM FORMLER

→ A OG B ER (LOGISK) EKVIVALENTE

HVIS DE HAR SAMME SANNHETSVERDI

UNDER ALLE VALUASJONER

SKRIVER $A \equiv B$ ELLER $A \Leftrightarrow B$

EX: $(F \to G) \equiv (\neg F \vee G)$

$(F \to G) \Leftrightarrow (\neg F \vee G)$

($A \equiv B$ HVIS OG BARE HVIS $A \Leftrightarrow B$

$A \Leftrightarrow B$ ER EN TAUTOLOGI)



→ A ER OPPFYLLBAR HVIS DET FINNES

EN VALUASJON SOM GJØR A SANN

→ A ER FALSIFISERBAR HVIS DET

FINNES EN VALUASJON SOM GJØR DEN

FALSK.

EX:

A	A	
1	1	← OPPFYLLBAR (IKKE MOTSIGELSE)
0	0	← FALSIFISERBAR (IKKE TAUTOLOGI)



LOGISK KONSEKVENS

HVIS $\mathcal{P} = \{A_1, \ldots, A_n\}$ ER EN

MENGDE FORMLER, OG

B ER EN FORMEL

SÅ ER B EN LOGISK KONSEKVENS AV $\mathcal{P}$

HVIS ALLE VALUASJONER SOM GJØR ALLE

FORMLER I $\mathcal{P}$ SANN OGSÅ GJØR B SANN.

DVS HVIS $A_1 \wedge \ldots \wedge A_n \rightarrow B$ ER EN TAUTOLOGI.

(DEF. FUNKER OGSÅ NÅR $\mathcal{P}$ ER UENDELIG!)

EN SLUTNING $\dfrac{\begin{array}{c} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{array}}{K}$ ER GYLDIG

HVIS K ER EN LOGISK KONSEKVENS AV

$\{P_1, \ldots, P_n\}$.



UAVHENGIGHET

$\mathcal{P} = \{A_1, \ldots, A_n\}$ } SOM OVER.

B

VI SIER AT B ER UAVHENGIG AV $\mathcal{P}$

HVIS HVERKEN B ELLER $\neg B$

ER EN LOGISK KONSEKVENS AV $\mathcal{P}$.

NOTASJON

$\mathcal{P} \vdash B$ { B ER EN LOGISK KONSEKVENS AV $\mathcal{P}$

$A_1, \ldots, A_n \vdash B$

$\leftarrow$

$\mathcal{P} \nvdash B$ B IKKE EN LOGISK KONSEKVENS

B UAVHENGIG AV $\mathcal{P}$: $\mathcal{P} \nvdash B$ OG $\mathcal{P} \nvdash \neg B$



VISE AT

$$\frac{A \to B \quad B}{A}$$

IKKE ER GYLDIG SLUTNING

MÅ VISE AT $(A \to B), B \not\models A$

VALUASJON A ~~SANN~~ FALSK } VALUASJON

B SANN

DA $(A \to B)$ SANN (FORDI A FALSK)

VISE AT

$$\frac{A \to B \quad A}{B}$$

ER GYLDIG

A	B	$((A \to B) \wedge A) \to B$				
1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0
			↑			↑


STOPP