Kapittel 9

Tillukningen og induktivt definerte mengder

Bygge mengder kontrollert

Lukket mengde

En mengde M er lukket under en operasjon $f : A^n \to A$ (der $M \subseteq A$), hvis $f(x) \in M$ for alle $x \in A^n$.

Tillukningen av en mengde M er den minste mengden som inneholder M og er lukket under f.

Eksempel:

$\mathbb{N}$ er lukket under addisjon, fordi

$$x + y \in \mathbb{N}.$$

Tillukningen av $\{0\}$ med hensyn til operasjonen

$$f(x) = x + 2$$

er mengden av partallene.

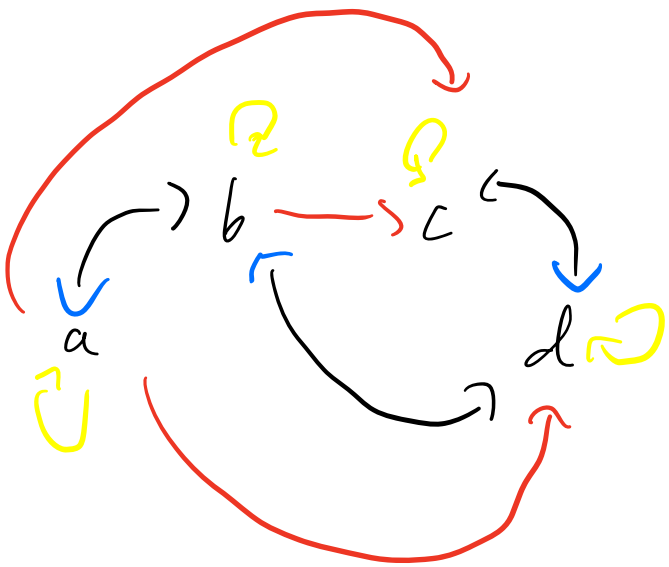
Tillukning av en binær relasjon

Hvis R er en relasjon, så er den minste mengden som inneholder R og har en gitt egenskap tillukningen av R med hensyn til

denne egenskapen.

«Hva må legges til for å gjøre relasjonen refleksiv/symmetrisk/transitiv?»

Eksempel



- refleksiv
- symmetrisk
- transitiv

Induktivt definert mengde

En induktivt definert mengde er den minste mengden som inneholder en gitt basismengde og er lukket under gitte operasjoner.

- Basissteget: spesifiser basismengden
- Induksjonssteget: spesifiser operasjonene
- Tilluknigen: Ta den minste mengden som inneholder basismengden og er lukket under operasjonene.

Utsagnslogiske formler

Atomære formler

Den minste mengden U slik at:

- Basismengden: $\{P, Q, R, \ldots\} \subseteq U$
- Hvis $F \in U$, så er $\neg F \in U$
- Hvis $F \in U$ og $G \in U$, så er $(F \wedge G) \in U$, $(F \vee G) \in U$ og $(F \to G) \in U$

Lister

Definerer liste over A som den minste mengden slik at:

- $()$ er en liste over A
- Hvis L er en liste over A og $x \in A$, så er $x :: L$ en liste over A

Binært tre (over A)

Mindste mengden:

- $()$ er et binært tre
- Hvis $x \in A$ og V og H er binære trær, så er (V, x, H) et binært tre.



$((( ), b, ( )), a, (( ), d, ( )), c, (( ), e, ( )))$

Alfabet, tegn, streng

A er en mengde av tegn, kalles et alfabet. Mengden av strenger over A er den minste mengden A^* slik at

- $\Lambda \in A^*$ (tomme strengen)
- hvis $s \in A^*$ og $x \in A$, så er $sx \in A^*$.

$\Lambda s = s$

Konkatinering:

To strenger s og t kan slås sammen til st.

$s^n = \underbrace{sss\cdots s}_{n}$ og $s^0 = \Lambda$

Bitstrenger

Mengden slik at 0 og 1 er bitstrenger, og hvis b er en bitstreng, så er $b0$ en bitstreng og $b1$ en bitstreng.