Kapittel 9

Tilluknings- og induktivt definerte mengder

De naturlige tallene $\mathbb{N}$ er den **minste** mengden som er slik at

- $0 \in \mathbb{N}$ ← Basissteget
- hvis $n \in \mathbb{N}$ så er $n+1 \in \mathbb{N}$ → induksjon

$\underline{0} \in \mathbb{N}$

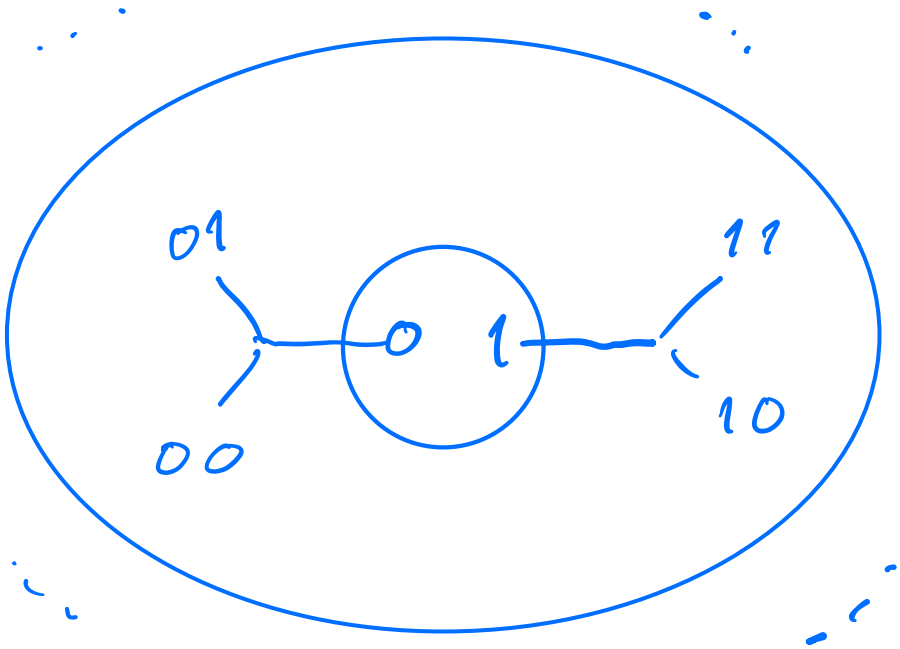
$0+1 \in \mathbb{N}$, $1 \in \mathbb{N}$,

fordi $0 \in \mathbb{N}$

$1+1$, $2 \in \mathbb{N}$

⋮

Mengden av bitstrenger er den minste mengde slik at 0 og 1 er bitstrenger og hvis b er en bitstreng, så er b0 og b1 bitstrenger.



Lukket mengde

Operasjon $f: A^n \to A$

- M mengde
- f operasjon

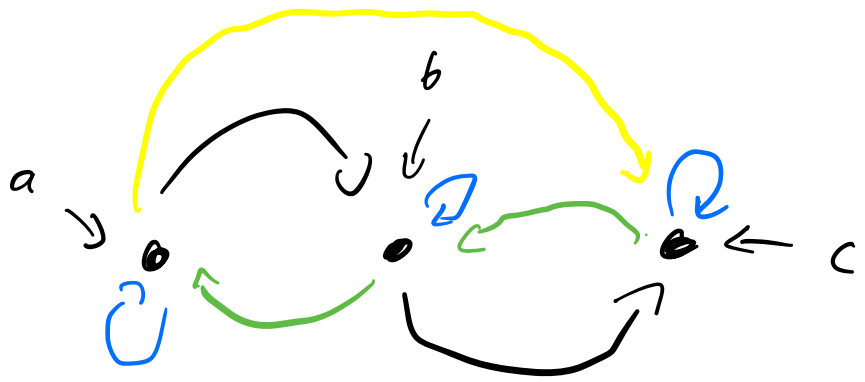
hvis $x \in M$, så $f(x) \in M$

så er M lukket med hensyn til f

Lukket mengde

At en mengde M er lukket under en operasjon, betyr at å anvende operasjonen på elementer i M er garantert å gi et element i M.

Den minste mengden som inneholder M og er lukket under operasjonen kalles tilluknigen.



$\{\langle a,b\rangle, \langle b,c\rangle, \langle b,a\rangle, \langle c,b\rangle\}$

Kapittel 10

Rekursivt definerte funksjoner

$$f(0) = 1$$
$$f(n+1) = (n+1) \cdot f(n)$$

$$f(0) = 1$$
$$f(1) = f(0+1) = (0+1) \cdot f(0)$$
$$= 1 \cdot f(0) = 1 \cdot 1 = 1$$

$$f(2) = f(1+1) = (1+1) \cdot f(1)$$
$$= 2 \cdot 1 = 2$$

$$f(3) = f(2+1) = (2+1) \cdot f(2)$$
$$= 3 \cdot 2 = 6$$

$$0! = 1$$
$$(n+1)! = (n+1) \cdot n!$$

Liste over A (liste med elementer fra A)

- $()$ er en liste
- hvis $x \in A$ og L er en liste så er $x :: L$ en liste

$1 :: 2 :: 3 :: () = (1, 2, 3)$

notasjon

$len(()) = 0$

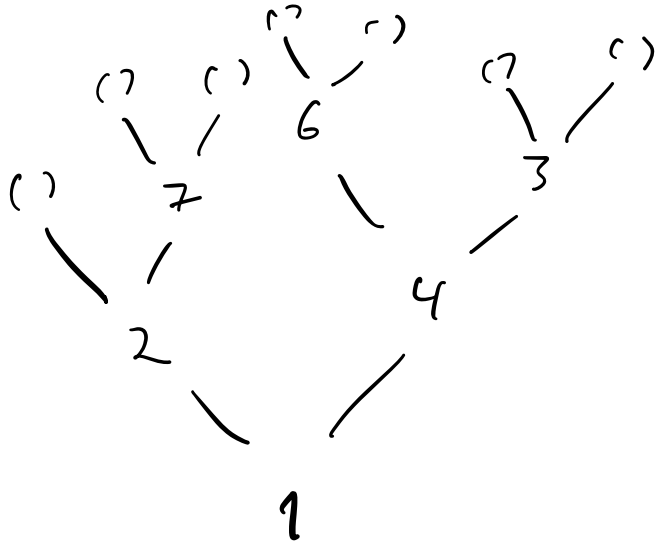
$len(x :: L) = 1 + len(L)$

ikke tom

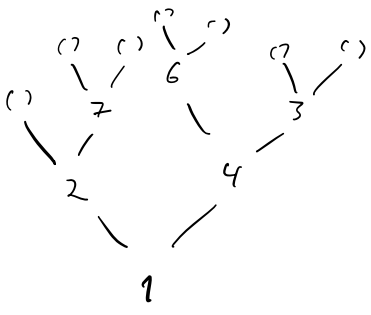
$map(f, ()) = ()$

$map(f, x :: L) = f(x) :: map(f, L)$

$map(square, (1, 2, 3)) = (1, 4, 9)$



- $()$ er et tomt binært tre
- hvis $x \in A$ og V og H er binære trær, så er (V, x, H) et binært tre



$$(((), 2, ((), 7, ())), 1, (((), 6, ()), 4, ((), 3, ())))$$

$$S(()) = 0$$

$$S((V, x, H)) = 1 + S(V) + S(H)$$

$h(()) = 0$

$h((V, x, H)) = 1 + \max(h(V), h(H))$

Strenger

Gitt en mengde med tegn A, kalles vi A et alfabet. Strenger over A, kalles A^* og er den minste mengden slik at

(λ lambda)

- λ er en streng
- hvis $x \in A$ og $s \in A^*$

  så er $sx \in A^*$

vi skriver $\lambda s = s$

Konkatinering s og t

gitt to strenger over et alfabet så er st sammenslåingen av de